EDISI REVISI 2017
KURIKULUM 2013
MATEMATIKA
SMP/MTs
KELAS
VIII
SEMESTER 1

Disklaimer: *Buku ini merupakan buku siswa yang dipersiapkan Pemerintah dalam rangka implementasi Kurikulum 2013. Buku siswa ini disusun dan ditelaah oleh berbagai pihak di bawah koordinasi Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, dan dipergunakan dalam tahap awal penerapan Kurikulum 2013. Buku ini merupakan "dokumen hidup" yang senantiasa diperbaiki, diperbaharui, dan dimutakhirkan sesuai dengan dinamika kebutuhan dan perubahan zaman. Masukan dari berbagai kalangan yang dialamatkan kepada penulis dan laman http://buku.kemdikbud.go.id atau melalui email buku@kemdikbud.go.id diharapkan dapat meningkatkan kualitas buku ini.*

Katalog Dalam Terbitan (KDT)

Indonesia. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
Matematika / Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.-- . Edisi Revisi Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2017.
vi, 274 hlm. : ilus. ; 25 cm.

Untuk SMP/MTs Kelas VIII Semester I
ISBN 978-602-282-984-3 (jilid lengkap)
ISBN 978-602-282-987-4 (jilid 2a)

1. Matematika -- Studi dan Pengajaran I. Judul
II. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

510

Penulis : Abdur Rahman As'ari, Mohammad Tohir, Erik Valentino, Zainul Imron, Ibnu Taufiq.

Penelaah : Agung Lukito, Ali Mahmudi, Turmudi, Yansen Marpaung, Yudi Satria, Widowati.

Pereview Guru : Dedi Hidayat.

Penyelia Penerbitan : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Cetakan Ke-1, 2014 ISBN 978-602-282-097-0 (jilid 2)
Cetakan Ke-2, 2017 (Edisi Revisi)
Disusun dengan huruf Times New Roman, 12 pt.

Kata Pengantar

Syukur alhamdulillah penulis panjatkan ke hadirat Allah Swt., karena hidayah dan inayah-Nya penulisan buku siswa ini dapat terselesaikan dengan waktu yang telah ditetapkan oleh Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia.

Buku siswa ini merupakan bahan ajar mata pelajaran Matematika untuk pegangan siswa pada jenjang Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah berdasarkan Kurikulum 2013 yang disempurnakan dengan tujuan untuk membantu siswa dalam proses belajar matematika.

Matematika adalah bahasa universal dan karenanya kemampuan matematika siswa suatu negara sangat mudah dibandingkan dengan negara lain. Selain itu, matematika juga dipakai sebagai alat ukur untuk menentukan kemajuan pendidikan di suatu negara. Kita mengenal PISA (*Program for International Student Assessment*) dan TIMSS (*The International Mathematics and Science Survey*) yang secara berkala mengukur dan membandingkan antara lain kemajuan pendidikan matematika di beberapa negara.

Standar internasional semacam ini memberikan arahan dalam merumuskan pembelajaran matematika di SMP/MTs. Hasil pembandingan antara yang kita ajarkan selama ini dengan yang dinilai secara internasional menunjukkan adanya perbedaan, baik terkait materi maupun kompetensi. Perbedaaan ini menjadi dasar dalam merumuskan pembelajaran matematika dalam Kurikulum 2013 yang disempurnakan.

Buku Siswa Matematika Kelas VIII SMP/MTs Kurikulum 2013 ini ditulis dengan berdasarkan pada materi dan kompetensi yang disesuaikan dengan standar internasional tersebut. Terkait materi misalnya, sejak kelas VII telah diajarkan antara lain tentang bilangan, himpunan, aljabar dan penerapannya, perbandingan, geometri, dan penyajian data. Keseimbangan antara matematika angka, matematika pola, dan bangun selalu dijaga. Kompetensi pengetahuan bukan hanya sampai memahami secara konseptual tetapi sampai ke penerapan melalui pengetahuan prosedural dalam pemecahan masalah matematika. Kompetensi keterampilan berpikir juga diasah untuk dapat memecahkan masalah yang membutuhkan pemikiran order tinggi seperti menalar pemecahan masalah melalui permodelan, pembuktian, dan perkiraan/pendekatan.

Setiap awal bab pada buku siswa ini disajikan kover bab. Bagian ini berisi ilustrasi dan deskripsi singkat yang menarik berkaitan dengan materi bab yang bersangkutan. Selain itu, di awal bab juga disajikan Kompetensi

Dasar dan Pengalaman Belajar yang akan siswa capai dalam setiap bab. Kata-kata kunci merupakan inti dari materi. Bacalah terlebih dahulu kata-kata kuncinya sebelum kalian mempelajari isi materi.

Isi materi dalam buku siswa ini berupa kegiatan-kegiatan pembelajaran yang menuntut siswa secara aktif untuk terlibat dalam pembelajaran sehingga siswa akan mendapatkan pengalaman yang diharapkan. Pada setiap awal pembelajaran berisi konteks atau masalah terkait dengan kegiatan. Masalah yang disajikan ada yang diberikan beserta pemecahannya, ada yang dilengkapi dengan petunjuk pemecahan masalah, dan ada yang dibiarkan berupa masalah untuk dipecahkan siswa. Pada setiap Membelajarkan mengikuti pendekatan ilmiah, yaitu mengamati, menanya, menggali informasi, menalar, dan mengomunikasikan yang disajikan dengan ikon-ikon tertentu, yaitu *Ayo Kita Amati, Ayo Kita Menanya, Ayo Kita Menggali Informasi/Sedikit Informasi/Ayo Kita Mencoba,* dan *Ayo Kita Berbagi.* Buku siswa ini menjabarkan usaha minimal yang harus dilakukan siswa untuk mencapai kompetensi yang diharapkan. Sesuai dengan pendekatan yang dipergunakan dalam Kurikulum 2013, siswa diberanikan untuk mencari dari sumber belajar lain yang tersedia dan terbentang luas di sekitarnya. Setelah mempelajari materi pada buku siswa ini, siswa diharapkan memahami materi yang disajikan. Oleh karena itu, konsep yang disajikan pada buku ini disampaikan secara logis, sistematis, dan menggunakan bahasa yang sederhana. Selain itu, buku ini juga memiliki tampilan yang menarik sehingga siswa tidak akan merasa bosan. Peran guru sangat penting untuk meningkatkan dan menyesuaikan daya serap siswa dengan ketersediaan kegiatan pada buku ini. Guru dapat memperkayanya dengan kreasi dalam bentuk kegiatan-kegiatan lain yang sesuai dan relevan yang bersumber dari lingkungan sosial dan alam.

Buku ini merupakan edisi ketiga sebagai penyempurnaan dari edisi pertama dan kedua. Buku ini masih sangat terbuka dan perlu terus dilakukan perbaikan untuk penyempurnaan. Oleh karena itu, kami mengundang para pembaca memberikan kritik, saran, dan masukan untuk perbaikan dan penyempurnaan pada edisi berikutnya. Atas kontribusi tersebut, kami mengucapkan terima kasih. Mudah-mudahan kita dapat memberikan yang terbaik bagi kemajuan dunia pendidikan dalam rangka mempersiapkan generasi seratus tahun Indonesia Merdeka (2045).

Jakarta, Januari 2016

Tim Penulis

Daftar Isi

Bab 4 Persamaan Garis Lurus

Bab 5 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Bab 1

Pola Bilangan

Sumber: Kemdikbud

Contoh pola

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak hal yang berhubungan dengan pola bilangan. Misalnya pola penataan rumah, pola penataan kamar hotel, pola penataan kursi dalam suatu stadion, pola nomor buku di perpustakaan, dan lain sebagainya. Dengan memahami pola bilangan, kalian bisa menata banyak hal dengan lebih teratur. Setelah memahami materi tentang pola bilangan, diharapkan kalian akan peka terhadap pola-pola dalam kehidupan di sekitar kalian. Jika kalian pernah mengikuti soal tentang Tes Potensi Akademik, kalian akan melihat banyak soal terkait pola bilangan. Hal itu berarti pola bilangan juga menjadi tolok ukur dalam menentukan kemampuan akademik seseorang. Oleh karena itu, materi pola bilangan ini penting untuk dipahami.

Kata Kunci

- *Pola*
- *Barisan Bilangan*
- *Konfigurasi objek*
- *Fibonacci*

Kompetensi Dasar

3.1 *Membuat generalisasi dari pola pada barisan bilangan dan barisan konfigurasi objek.*

4.1 *Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pola pada barisan bilangan dan barisan konfigurasi objek.*

Pengalaman Belajar

1. *Mengamati pola pada suatu barisan bilangan.*
2. *Menentukan suku selanjutnya dari suatu barisan bilangan dengan cara menggeneralisasi pola bilangan sebelumnya.*
3. *Menggeneralisasi pola barisan bilangan menjadi suatu persamaan.*
4. *Mengenal macam-macam barisan bilangan.*

Peta
Konsep

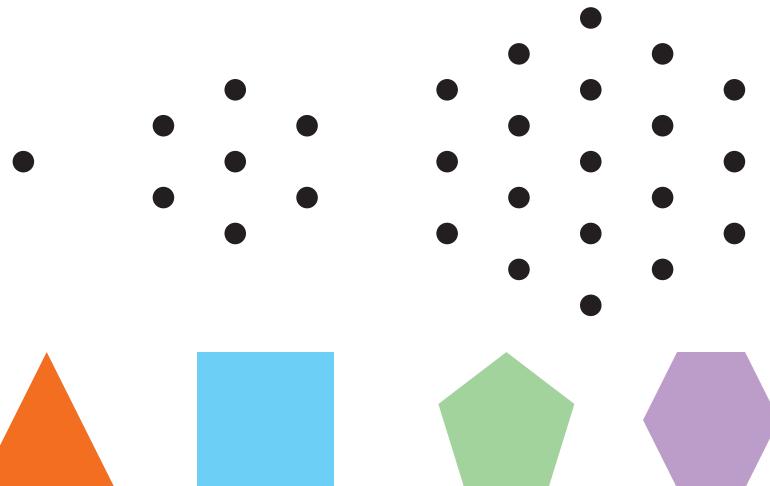
Pola Bilangan
Menggeneralisasi Pola dan Barisan Bilangan Menggunakan Tabel
Menggeneralisasi Pola dari Suatu Konfigurasi Objek
Menyatakan Barisan Bilangan Menjadi Persamaan

Leonardo da Pisa
(1175 - 1250)

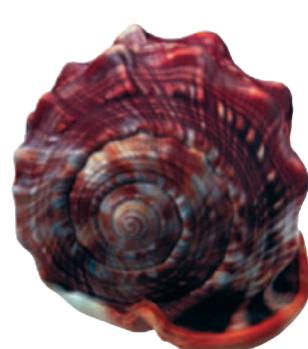
Leonardo da Pisa atau **Leonardo Pisano**, lebih dikenal dengan sebutan **Fibonacci**, adalah matematikawan Italia yang dikenal sebagai penemu bilangan Fibonacci. Leonardo berperan dalam mengenalkan sistem penulisan dan perhitungan bilangan Arab ke dunia Eropa.

Bapak dari Leonardo, Guilielmo (William) mempunyai nama panggilan *Bonacci* yang artinya "bersifat baik" atau "sederhana". Setelah meninggal, Leonardo sering disebut dengan nama Fibonacci (dari kata *filius Bonacci*, anak dari Bonacci). William memimpin sebuah pos perdagangan (beberapa catatan menyebutkan beliau adalah perwakilan dagang untuk Pisa) di Bugia, Afrika Utara (sekarang Bejaia, Aljazair). Sebagai anak muda, Leonardo berkelana ke sana untuk menolong ayahnya. Di sanalah Leonardo belajar tentang sistem bilangan Arab.

Melihat sistem bilangan Arab lebih sederhana dan efisien dibandingkan bilangan Romawi, Fibonacci kemudian berkelana ke penjuru daerah Mediterania untuk belajar kepada matematikawan Arab yang terkenal pada masa itu. Leonardo baru pulang kembali sekitar tahun 1200-an. Pada tahun 1202, di usia 27, ia menuliskan ilmu yang telah dipelajari dalam buku *Liber Abaci* atau Buku Perhitungan. Buku ini menunjukkan kepraktisan sistem bilangan Arab dengan cara menerapkannya ke dalam pembukuan dagang, konversi berbagai ukuran dan berat, perhitungan bunga, pertukaran uang, dan berbagai aplikasi lainnya. Buku ini disambut baik oleh kaum terpelajar Eropa, dan menghasilkan dampak yang penting kepada pemikiran Eropa, meski penggunaannya baru menyebar luas setelah ditemukannya percetakan sekitar tiga abad berikutnya.

Hikmah yang bisa diambil

1. Sebelum orang mengenal angka arab yang kita gunakan, orang zaman dahulu sudah mengenal sistem bilangannya sendiri. Kelemahan sistem-sistem bilangan yang ditemukan zaman dahulu adalah susah untuk dioperasikan dan tidak efisien dalam penulisan. Dengan diperkenalkannya sistem bilangan arab yang kita gunakan hingga sekarang, orang lebih mudah untuk melakukan perhitungan matematika dan lebih efisien dalam penulisan.

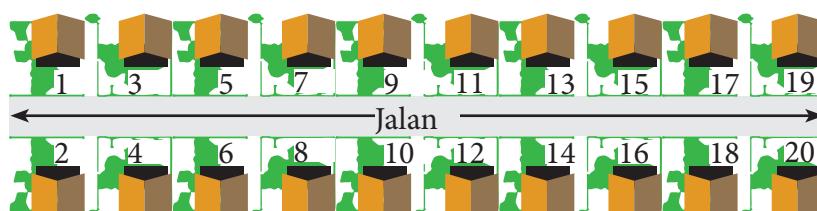
2. Mari mencontoh sikap Leonardo yang giat untuk mempelajari tentang ilmu hitung sistem bilangan arab hingga jauh meninggalkan tempat tinggalnya. Leonardo dikenal banyak orang hingga sekarang karena dia bisa memberikan manfaat kepada orang banyak, yang masih kita rasakan hingga saat ini.

Menentukan Persamaan dari Suatu Barisan Bilangan

Dalam belajar matematika, kalian akan menemui banyak pola. Setiap pola tersebut mempunyai karakteristik rumus masing-masing. Pola dapat berupa bentuk geometri atau relasi matematika. Berikut ini contoh bentuk pola yang disajikan dalam bentuk titik dan bangun datar.

Gambar 1.1 Berbagai bentuk pola

Dapatkah kalian mendeskripsikan pola yang terbentuk dengan kalimat kalian sendiri?

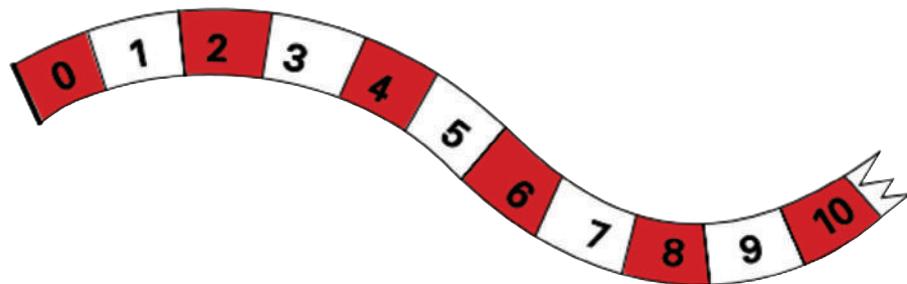
Perhatikan gambar-gambar berikut ini.

Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.2 Berbagai bentuk pola pada kehidupan sehari-hari

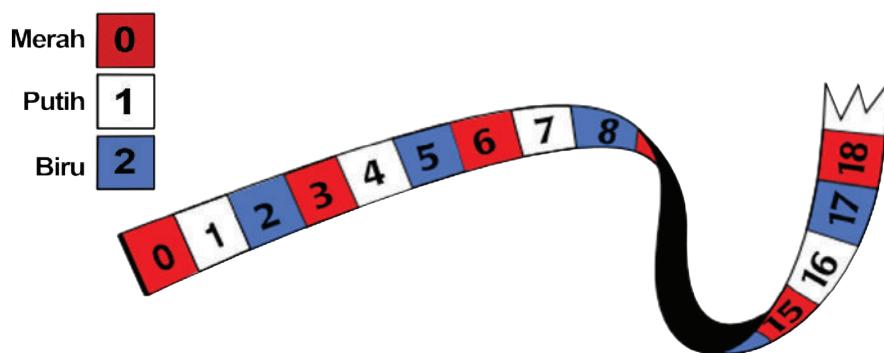
Dapatkah kalian mendeskripsikan pola yang terbentuk dengan kalimat kalian sendiri?

Pola hampir ada di setiap tempat dalam kehidupan kita. Namun, beberapa dari kita mungkin melihat pola tersebut, sedangkan yang lain tidak melihatnya. Hal tersebut bergantung pada kemampuan dan kepekaan seseorang dalam melihat pola. Dengan mempelajari materi ini diharapkan kalian akan mampu melihat pola yang terbentuk baik di dalam kelas maupun di luar kelas.

Pola digunakan dalam menyelesaikan banyak masalah dalam matematika. Siswa perlu belajar tentang data untuk melihat keberadaan pola. Suatu masalah matematika disajikan dalam bentuk barisan bilangan, kemudian siswa diminta untuk menentukan pola atau beberapa bilangan selanjutnya. Masalah lainnya mungkin membutuhkan tabel untuk mengorganisasi data dan melihat pola yang nampak. Masalah lainnya lagi mungkin membutuhkan grafik untuk bisa menemukan pola yang terjadi. Dengan berlatih tentang pola, kita akan lebih peka terhadap pola yang terbentuk oleh suatu data sehingga bisa menyelesaikan masalah-masalah matematika.

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering kali menjumpai masalah yang berkaitan dengan pola, tetapi tidak menyadarinya. Sebagai contoh, ketika kita mencari alamat rumah seseorang dalam suatu kompleks perumahan. Kita akan melihat pola nomor rumah tersebut, "sisi manakah yang genap atau ganjil?", "apakah urutan nomor rumahnya semakin bertambah atau berkurang?". Dengan memahami pola nomor rumah tersebut kita akan dengan mudah menemukan alamat rumah tanpa melihat satu per satu nomor rumah yang ada dalam kompleks perumahan tersebut. Menemukan pola bisa menjadi suatu hal yang menantang ketika kamu ingin menemukan pola suatu data dalam berbagai situasi yang berbeda.

Gambar 1.3 Penataan nomor rumah

Contoh 1.1

Berikut ini bilangan yang berawal dari nol "0" yang dituliskan dalam pita berwarna merah dan putih seperti yang ditunjukan pada Gambar 1.4. Ujung putus-putus sebelah kanan menandakan pita diperpanjang dengan pola yang terbentuk. Tentukan warna pita pada bilangan 100 dan 1.001.

Gambar 1.4 Pita barisan bilangan dua warna

Pola barisan bilangan pada pita berwarna bergantian putih merah tersebut dapat kita tentukan, yaitu pita merah merupakan barisan bilangan genap, sedangkan pita berwarna putih adalah barisan bilangan ganjil. Oleh karena itu tanpa memperpanjang pita tersebut, kita bisa mengetahui warna pita pada bilangan yang sangat besar. Bilangan 100 tentu berwarna pita merah karena termasuk bilangan genap. Bilangan 1.001 tentu berpita putih, karena termasuk bilangan ganjil.

Contoh 1.2

Berikut ini strip dengan tiga warna (merah, putih, biru) seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1.5. Pita tersebut diperpanjang dengan pola yang terbentuk.

Gambar 1.5 Pita barisan bilangan tiga warna

Seseorang menyebutkan bilangan 2.345. Dapatkah kalian menentukan warna bagian pita bilangan tersebut?

Kalian bisa mengurutkan warna tersebut hingga bertemu dengan urutan ke-2.345, namun tentu cara tersebut membutuhkan waktu yang lama dan kurang efektif. Kita bisa menyelesaikan dengan lebih efektif dengan melihat pola bilangan tersebut.

Jika kalian kumpulkan sesuai warna bagian pita, kalian akan mendapatkan suatu pola. (Isilah titik-titik di tengah pola)

Tabel 1.1 Barisan bilangan pada pita tiga warna

Merah	0, 3, 6, ..., ..., ..., 18, ...
Putih	1, 4, 7, ..., ..., 16, ...
Biru	2, 5, 8, ..., ..., 17, ...

Jika kalian amati, setiap warna tersebut berganti dengan pola yang teratur, yaitu berselisih 3 dengan warna sama terdekat. Pada warna merah, semua bilangannya habis dibagi 3. Sedangkan pada warna putih, semua bilangannya bersisa 1 jika dibagi 3. Kemudian bilangan pada warna biru bersisa 2 jika dibagi 3. Kita rinci barisan bilangan pada pita tiga warna dalam bentuk tabel sebagai berikut.

Tabel 1.2 Barisan bilangan dengan selisih 3

Merah		Putih		Biru	
Pola Bilangan	Hasil bagi dan sisa jika dibagi 3	Pola Bilangan	Hasil bagi dan sisa jika dibagi 3	Pola Bilangan	Hasil bagi dan sisa jika dibagi 3
0	$0 = 3 \times 0$ sisa 0	1	$1 = 3 \times 0$ sisa 1	2	$2 = 3 \times 0$ sisa 2
3	$3 = 3 \times 1$ sisa 0	4	$4 = 3 \times 1$ sisa 1	5	$5 = 3 \times 1$ sisa 2
6	$6 = 3 \times 2$ sisa 0	7	$7 = 3 \times 2$ sisa 1	8	$8 = 3 \times 2$ sisa 2
dst		dst		dst	

Selanjutnya, kita cek hasil bagi dan sisa jika bilangan 2345 dibagi oleh 3
2.345 = 3 × 781 sisa 2

Perhatikan, sisa pembagiannya adalah 2, yaitu sama dengan sisa pola bilangan pita warna biru. Sehingga dapat kita simpulkan bahwa pita pada urutan ke-2.345 adalah berwarna biru

Suatu ketika seorang tengkulak beras sedang menimbang beras yang akan ia beli dari seorang petani. Berikut ini disajikan data acak tentang hasil timbangan beras dalam 50 karung yang ditimbang satu per satu. Hasil penimbangan tersebut disajikan secara berurutan sebagai berikut.

Tabel 1.3 Hasil timbangan beras

Timbangan ke-	Berat (Kg)
1	30
2	30
3	31
4	32
5	35
6	36
7	32
8	32
9	33
10	34
11	34
12	35
13	36
14	33
15	33
16	32
17	33
18	30
19	35
20	34
21	33
22	30
23	32
24	31
25	30

Timbangan ke-	Berat (Kg)
26	31
27	33
28	35
29	36
30	32
31	35
32	35
33	33
34	33
35	35
36	34
37	32
38	35
39	34
40	33
41	30
42	33
43	35
44	31
45	35
46	32
47	31
48	34
49	32
50	35

Seseorang ingin mengetahui jumlah dari seluruh beras yang telah ditimbang tersebut. Untuk menjumlahkan semua hasil timbangan tersebut tentu membutuhkan waktu yang tidak sebentar dan ada kecenderungan salah dalam memasukkan hasil timbangan jika dimasukkan satu per satu. Dengan mencermati pola data tersebut, kita bisa lebih efisien dalam menentukan hasil penjumlahan seluruh hasil penimbangan dengan mengelompokkan data hasil penimbangan sesuai dengan karakteristik data tersebut.

Tabel 1.4 Pengelompokan data hasil penimbangan

Berat (Kg)	Frekuensi	Berat × frekuensi
30	6	180
31	5	155
32	9	288
33	10	330
34	6	204
35	11	385
36	3	108
Jumlah		1.650

Pada peringatan ulang tahun ke-64 Toko Baju Bintang memberikan diskon 90% kepada 64 orang pembeli pertama. Pada pukul 08.00 sudah ada 8 pembeli. Pukul 08.05 bertambah menjadi 16 orang. Pukul 08.10 bertambah lagi menjadi 24 pembeli. Jika pola seperti ini berlanjut terus, pada pukul berapa 64 pembeli akan memasuki toko?

Masalah tersebut bisa dipecahkan dengan bantuan tabel sebagai berikut.

Tabel 1.5 Jumlah pengunjung setiap 5 menit

Pukul	08.00	08.05	08.10	08.15	08.20	08.25	08.30	08.35	08.40	08.45
Jumlah pembeli	8	16	24	32	40	48	56	64		
Penambahan pembeli	8	8	8	8	8	8	8	8		

Dari pola yang terlihat pada **Tabel 1.5,** kalian bisa memperkirakan bahwa 64 pembeli akan terpenuhi pada pukul 08.35.

Catatan: Dari pola yang terlihat, kita juga bisa menarik simpulan bahwa setiap 5 menit ada 8 pembeli datang.

Temukan tiga bilangan genap berurutan yang jumlahnya adalah 60.

Untuk memecahkan masalah pada **Contoh 1.5** kalian dapat menggunakan bantuan tabel. Kita mendaftar jumlah kumpulan tiga bilangan berurutan terkecil, kemudian mencoba melihat pola yang terbentuk.

Tabel 1.6 Jumlah kumpulan tiga bilangan genap berurutan

Kumpulan 1	$2 + 4 + 6 = 12$	Dimulai dari 2 (dari 1×2)
Kumpulan 2	$4 + 6 + 8 = 18$	Dimulai dari 4 (dari 2×2)
Kumpulan 3	$6 + 8 + 10 = 24$	Dimulai dari 6 (dari 3×2)
Kumpulan 4	$8 + 10 + 12 = 30$	Dimulai dari 8 (dari 4×2)

Dengan memerhatikan pola yang terbentuk, yaitu 12, 18, 24, 30, kalian bisa menentukan bahwa selisih jumlah dari tiga bilangan genap berurutan tersebut adalah 6. Sehingga kita bisa melanjutkan menjadi 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60. Ternyata jumlah 60 ditemukan pada pola ke-9. Dengan kata lain, bilangan pertama dari kumpulan tiga bilangan itu adalah $9 \times 2 = 18$. Kita coba menjumlahkannya $18 + 20 + 22 = 60$. Ternyata benar.

Jadi, jawabannya adalah bilangan genap berurutan yang jumlahnya sama dengan 60 adalah 18, 20, dan 22.

1. Temukan tiga bilangan genap berurutan yang jumlahnya sama dengan 90.
2. Temukan tiga bilangan genap berurutan yang jumlahnya sama dengan 150.
3. Temukan tiga bilangan genap berurutan yang jumlahnya sama dengan 300.
4. Temukan tiga bilangan ganjil berurutan yang jumlahnya sama dengan 45.
5. Temukan tiga bilangan ganjil berurutan yang jumlahnya sama dengan 135.
6. Temukan tiga bilangan ganjil berurutan yang jumlahnya sama dengan 315.
7. Dapatkah kalian menemukan tiga bilangan ganjil berurutan yang jumlahnya sama dengan 12.000? Jelaskan.
8. Dapatkan kalian menemukan tiga bilangan ganjil berurutan yang jumlahnya sama dengan 100.000? Jelaskan.

Masalah yang sudah kita pecahkan sebelumnya terlihat mudah, karena pola bilangannya teratur dengan selisih yang sama pada unsur-unsur yang berurutan pada pola tersebut. Sekarang mari kita mencoba melihat pola bilangan yang lain.

Rusda mempunyai suatu mesin fungsi yang mengolah masukan berupa bilangan. Mesin tersebut menggunakan empat operasi dasar aritmetika (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian) baik satu maupun kombinasi beberapa operasi. Berikut luaran yang dihasilkan untuk masukan 1 hingga 5.

Tabel 1.7 Masukan beberapa bilangan

Masukan	Luaran
1	1
2	9
3	29
4	67
5	129

Tentukan luaran yang dihasilkan saat dimasukkan bilangan 9.

Untuk menentukan luaran saat dimasukkan bilangan 9 pada mesin tersebut tentu kalian cukup menemui kesulitan. Kita bisa menentukan luaran yang dihasilkan jika kita mengetahui proses yang terjadi dalam mesin tersebut. Oleh karena itu, kalian mencoba membuat pola yang terbentuk dari masukan dan luaran yang sudah ditunjukkan tersebut.

Tabel 1.8 Contoh Pola Masalah 1.6

Masukan (x)	Hasil	x^3	Selisih hasil dengan x^3
1	1	1	$1 - 1 = 0$
2	9	8	$2 - 1 = 1$
3	29	27	$3 - 1 = 2$
4	67	64	$4 - 1 = 3$
5	129	125	$5 - 1 = 4$
.	.	.	.
.	.	.	.
x	?	x^3	$x - 1$

Dengan memerhatikan pola yang terbentuk kita mendapatkan pola hasil luarannya adalah bilangan masukan dikalikan sebanyak tiga kali kemudian ditambah dengan bilangan masukan kemudian dikurangi satu. Jika masukan disimbolkan dengan x, luarannya dapat ditulis dalam bentuk

$$\text{luaran} = x \times x \times x + x - 1$$

Dengan kata lain, jika kalian memasukkan bilangan “9”, maka luarannya adalah $9 \times 9 \times 9 + 9 - 1 = 737$

Tentukan luaran yang dihasilkan jika dimasukkan bilangan:

a. 10

b. 20

c. 100

Temukan dua suku berikutnya dari pola barisan berikut

5, 11, 23, 47, ...

Jawaban Iqbal

Iqbal melihat pola bahwa suku kedua adalah dua kali suku pertama ditambah satu, suku ketiga adalah dua kali suku kedua ditambah satu, dan seterusnya. Berikut penjabarannya

Suku pertama $= 5$

Suku kedua $= 2 \times 5 + 1 = 11$

Suku ketiga $= 2 \times 11 + 1 = 23$

Suku keempat $= 2 \times 23 + 1 = 47$

(Secara aljabar, rumus suku-suku berikutnya adalah Suku ke-$(n + 1) = 2n + 1$, dimana n adalah suku berikutnya)

Dengan melihat keteraturan pola tersebut, Iqbal meneruskan hingga menemukan suku kelima dan keenamnya

Suku kelima $2 \times 47 + 1 = 95$

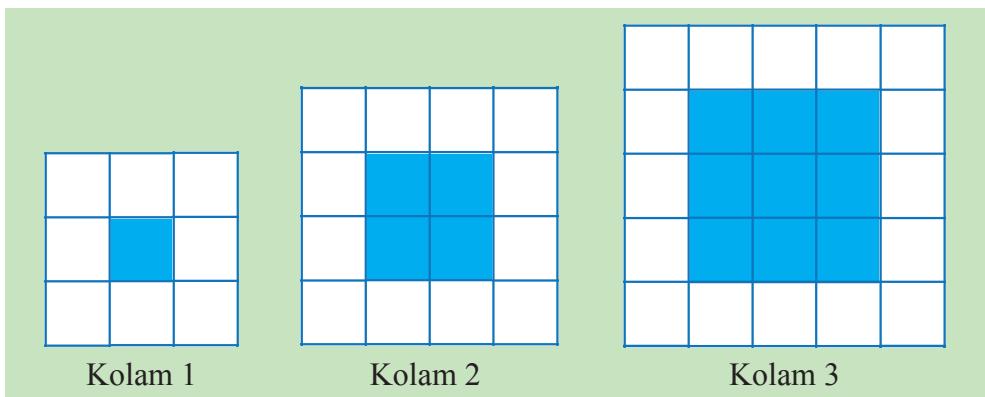
Suku keenam $2 \times 95 + 1 = 191$

Jadi, dua suku berikutnya adalah 95 dan 191.

Jawaban Wulan

Wulan melihat pola bahwa selisih suku-suku tersebut secara berurutan adalah 6, 12, 24, dan seterusnya. Selisih tersebut tersebut ternyata teratur dua kali lipat dari selisih antara suku sebelumnya. Dengan melihat keteraturan tersebut, Wulan menebak bahwa selisih suku keempat dengan suku kelima adalah 48, selisih suku kelima dengan keenam adalah 96. Dengan begitu, Wulan dapat menentukan suku kelima = 47 + 48 = 95, suku keenam = 95 + 96 = 191.

Jadi, dua suku berikutnya adalah 95 dan 191.

Ternyata, jika kita amati Iqbal dan Wulan menggunakan cara yang berbeda, tetapi menghasilkan hasil akhir sama. Dari sini kita mungkin juga akan menemukan beberapa cara berbeda dalam memecahkan suatu masalah terkait pola.

Tentukan dua bilangan dari pola barisan pada Contoh Pola 1.7 untuk suku:

a. ke-7 dan 8.
b. ke-11 dan 12.

Pak Evan membuat beberapa desain kolam berbentuk persegi. Tiap-tiap kolam mempunyai bentuk persegi pada area penampung air dan diberi ubin warna biru. Di sekitar kolam dikelilingi oleh pembatas yang dipasang ubin warna putih. Gambar berikut menunjukkan desain tiga kolam terkecil.

Gambar 1.6 Kolam 1, 2, dan 3

Berapa banyak ubin warna putih, ketika ubin warna biru sebanyak 1.000 ubin?

Mari melihat pola yang terbentuk dari susunan ubin tersebut.

Tabel 1.9 Jumlah ubin pada setiap kolam

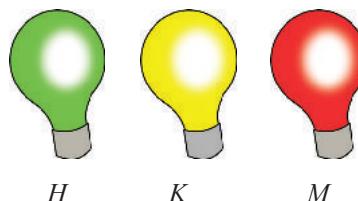
Kolam	Ubin biru	Ubin putih
1	$1 \times 1 = 1$	8
2	$2 \times 2 = 4$	$12 = 8 + (1 \times 4)$
3	$3 \times 3 = 9$	$16 = 8 + (2 \times 4)$

Dari tabel tersebut, kita dapat melihat pola bahwa jumlah ubin warna biru adalah kuadrat dari urutan kolam. Sedangkan jumlah ubin warna putih selalu bertambah 4. Dengan melihat pola yang terbentuk, kita dapat melanjutkan tabel menjadi tabel berikut.

Tabel 1.10 Jumlah ubin pada kolam 4, 5, dan 6

Kolam	Ubin biru	Ubin putih
4	$4 \times 4 = 16$	$20 = 8 + (3 \times 4)$
5	$5 \times 5 = 25$	$24 = 8 + (4 \times 4)$
6	$6 \times 6 = 36$	$28 = 8 + (5 \times 4)$

Dengan bantuan tabel tersebut, kita dapatkan jawaban bahwa ketika ubin warna biru sebanyak 36 ubin, maka ubin warna putihnya adalah 28.

Lalu, bagaimana dengan soal b? Apakah kalian akan meneruskan tabel hingga pola ke-100? Cara tersebut bisa dilakukan, tetapi kurang efektif. Lebih efektif jika kita bisa melihat pola ubin putih. Jika kalian perhatikan, ubin sebanyak 10.000 itu adalah urutan ke-100 dari pola, karena akar kuadrat dari 10.000 adalah 100. Oleh karena itu, banyak ubin putih adalah $8 + (99 \times 4) = 404$.

Ayo Kita Berlatih 1.2

1. Berapa banyak ubin warna putih, ketika ubin warna biru sebanyak 400 ubin?
2. Berapa banyak ubin warna putih, ketika ubin warna biru sebanyak 625 ubin?
3. Berapa banyak ubin warna putih, ketika ubin warna biru sebanyak 900 ubin?
4. Berapa banyak ubin warna putih, ketika ubin warna biru sebanyak 160.000 ubin?
5. Berapa banyak ubin warna putih, ketika ubin warna biru sebanyak 250.000 ubin?
6. Berapa banyak ubin warna biru, ketika ubin warna putih sebanyak 108 ubin?
7. Berapa banyak ubin warna biru, ketika ubin warna putih sebanyak 808 ubin?
8. Berapa banyak ubin warna biru, ketika ubin warna putih sebanyak 10.008 ubin?
9. Berapa banyak ubin warna biru, ketika ubin warna putih sebanyak 1.304 ubin?
10. Berapa banyak ubin warna biru, ketika ubin warna putih sebanyak 2.124 ubin?

Contoh 1.9

Sebuah lampu hias berubah warna dari hijau, kemudian kuning, kemudian merah, dan seterusnya berubah setiap 2 detik dengan pola yang sama. Warna lampu apakah yang menyala pada urutan ke-15?

Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.7 Bola Lampu

Ayo Kita Amati

Kalian memisalkan warna lampu hijau adalah "*h*", warna kuning "*k*", dan warna merah "*m*". Kemudian kita buat tabel seperti di bawah ini

Tabel 1.11 Urutan warna lampu hias

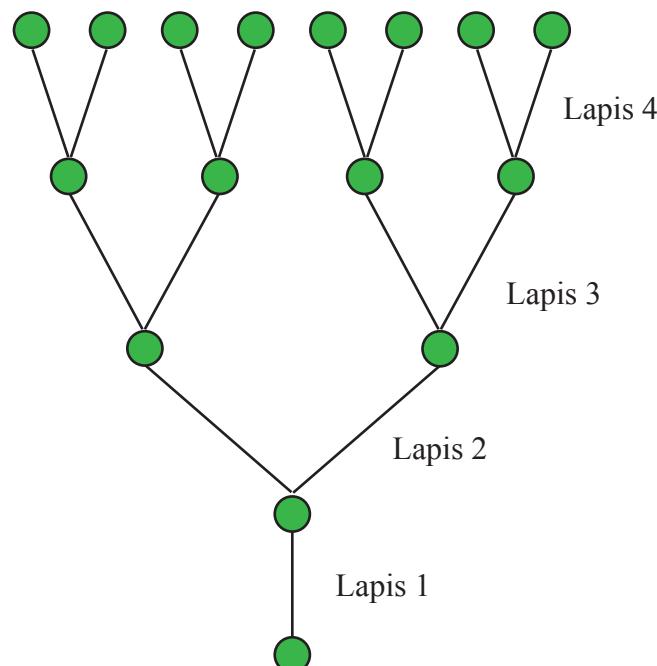
Menyala ke-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Warna	*h*	*k*	*m*	*h*	*k*	*m*	*h*	*k*	*m*	*h*	*k*	*m*	*h*	*k*	*m*

Dengan memerhatikan pola tersebut, kalian dapat melihat lampu hijau, kuning, dan merah menyala secara bergantian dengan polasebagai berikut.

Warna hijau: 1, 4, 7, 10, 13, ...

Warna kuning: 2, 5, 8, 11, 14, ...

Merah: 3, 9, 12, 15, ...

Dengan melihat pola tersebut, ternyata urutan ke-15 menyala lampu warna merah.

Cobalah untuk menentukan nyala lampu pada urutan ke-30, ke-40, dan ke-100 dengan memerhatikan pola menyala lampu hias

Sebuah cabang pohon terus bercabang dengan pola yang teratur seperti ditunjukkan pada gambar berikut.

Gambar 1.8 Cabang pohon

Gambar 1.8 menunjukkan empat lapis cabang yang terbentuk. Jika cabang pohon tersebut terus tumbuh dengan pola yang yang teratur, tentukan:

a. banyak cabang pada lapis ke-8.
b. jumlah cabang pohon hingga lapis ke-8.

Kalian bisa menggambar perkembangan cabang tersebut hingga lapis ke-8. Namun hal tersebut cukup sulit dan menjadi tidak efektif. Oleh karena itu, untuk lebih efektif kita bisa melihat pola yang terbentuk antara lapis dengan cabang yang terbentuk.

Tabel 1.12 Pola cabang pohon

Lapis	Banyak cabang	Total cabang pohon
1	1	1
2	2	3
3	4	7
4	8	15

a. Jika kita memerhatikan pola banyak cabang yang terbentuk adalah dua kali lipat dari urutan lapis cabang pohon. Sehingga dapat disimpulkan bahwa banyak cabang pohon pada lapis ke-8 adalah $2 \times 8 = 16$.

Pola barisan bilangan tersebut dinamakan barisan bilangan geometri, karena mempunyai rasio (perbandingan) yang tetap. Dengan kata lain, suatu suku didapatkan dari hasil kali suatu bilangan dengan suku sebelumnya. Bahasan lebih lanjut tentang barisan bilangan geometri akan kalian jumpai pada tingkat SMA.

b. Jika kita memperhatikan total cabang pohon yang terbentuk adalah bertambah dengan pola pertambahan 2, 4, 8, dan seterusnya. Kita bisa meneruskannya hingga pertambahan ketujuh menjadi 2, 4, 8, 16, 32, 64. Dengan begitu kita bisa menentukan total cabang hingga lapis ke-8 adalah 31, 63, 127, 255.

Jadi banyak cabang hingga lapis ke-8 adalah 255 cabang.

Berdasarkan **Contoh 1.10**, tentukan banyak cabang pada lapis:

a. ke-10.
b. ke-20.
c. ke-40.
d. ke-100.
e. ke-200.

Tentukan angka satuan pada bilangan 3^{100}.

Untuk menentukan angka satuan pada bilangan 3^{100} kita tidak perlu mengalikan bilangan "3" sebanyak 100 kali, namun cukup mengamati pola angka satuannya. Perhatikan tabel di bawan ini

Tabel 1.13 Pola angka satuan pada bilangan basis 3

	Angka satuan
$3^1 = 3$	3
$3^2 = 9$	9
$3^3 = 27$	7
$3^4 = 81$	1
$3^5 = 243$	3
$3^6 = 729$	9
$3^7 = 2.187$	7

Dengan mengamati angka satuan pada bilangan yang lebih kecil, terlihat bahwa pola angka satuannya adalah 3, 9, 7, 1 bergantian terus menerus. Angka satuan pada pangkat 1 sama dengan pangkat 5, pangkat 2 sama dengan pangkat

6, pangkat 3 sama dengan pangkat 7, dan seterusnya. Dengan memerhatikan pola tersebut, kita bisa menentukan pangkat ketika angka satuannya sama sebagai berikut.

1, 5, 9, 13, ...	dibagi 4, bersisa 1	
2, 6, 10, 14, ...	dibagi 4, bersisa 2	
3, 7, 11, 15, ...	dibagi 4, bersisa 3	
4, 8, 12, 16, ...	dibagi 4, bersisa 0	atau kelipatan 4

Dengan mencermati pola keterkaitan antara pangkat bilangan dengan angka satuan bilangan yang dihasilkan, kita dapat menentukan bahwa 100 adalah bilangan kelipatan 4. Oleh karena itu, angka satuan pada bilangan 3^{100} adalah 1.

Cobalah menentukan angka pada

a. 3^{25}

b. 3^{98}

c. $3^{2.013}$

Bilangan Fibonacci

Perhatikan pola bilangan berikut.

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Bisakan kalian menentukan 3 bilangan berikutnya?

Bilangan ke-3 diperoleh dari jumlah bilangan ke-1 dan ke-2
Bilangan ke-4 diperoleh dari bilangan ke-2 dan ke-3
Bilangan ke-5 diperoleh dari bilangan ke-3 dan ke-4
Dan seterusnya

Dengan melihat pola tersebut, kita dapat menentukan 3 bilangan berikutnya adalah 34, 55, dan 89.

Bilangan dengan pola tersebut dinamakan *Barisan Bilangan Fibonacci.*

1. Tentukan 3 bilangan selanjutnya dari pola barisan bilangan berikut ini.
   a. 1, 3, 5, 7, ..., ..., ...
   b. 100, 95, 90, 85, ..., ..., ...
   c. 5, 10, 8, 13, 11, 16, 14, ..., ..., ...
   d. 2, 6, 18, ..., ..., ...
   e. 80, 40, 20, 10, ..., ..., ...
   f. 3, –7, 11, –15, 19, ..., ..., ...
   g. 4, 12, 36, 108, ..., ..., ...
   h. 1, 4, 9, 16, 25, ..., ..., ...
   i. 2, 4, 10, 11, 18, 18, 26, 25, ..., ..., ...
   j. 1, 5, –1, 3, 7, 1, 5, 9, 3, 7, 11, 5, ..., ..., ...
   k. 2, –1, 1, 0, 1, ..., ..., ...

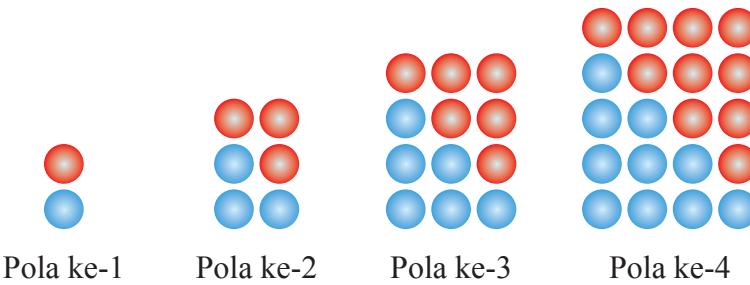
2. Isilah titik-titik berikut agar membentuk suatu pola barisan bilangan.
   a. 4, 10, ..., ..., 28, 34, 40
   b. 100, 92, ..., 76, ..., 56, 48
   c. 7, 13, 11, ..., ..., 21, 19, 25, 23, 29
   d. 20, 40, 60, ..., ..., 120, 80, 160
   e. 2.745, 915, ..., 135, 45, 15
   f. 2, 3, ..., ..., 13, 21

3. Ambillah satu bilangan agar terbentuk suatu pola barisan bilangan
   a. 2, 4, 7, 9 11
   b. 4, 8, 12, 16, 32
   c. 0, 1, 1, 2, 3, 4
   d. 50, 43, 37, 32, 27
   e. 4, 5, 8, 10, 13, 15, 18

4. Tentukan dua suku berikutnya dari barisan bilangan berikut, berdasarkan pola bilangan sebelumnya.
   a. 2, 3, 4, 6, 6, 12, 8, ..., ...
   b. 3, 7, 11, 18, ..., ...
   c. 1, 2, 5, 14, ..., ...
   d. 81, 80, 27, 40, 9, ..., ...
   e. 1, 3, 4, 9, 9, 27, 16, ..., ...

5. Jika angka pada bilangan 100100100100100... diteruskan dengan pola yang sama, tentukan:
   a. Angka ke-100
   b. Angka ke-1000
   c. Angka ke-3000
   d. Angka ke-2016
   e. Banyak angka 1 hingga angka ke 50
   f. Banyak angka 0 hingga angka ke 10^2
   g. Banyak angka 1 hingga angka ke 300
   h. Banyak angka 0 hingga angka ke 10^3

6. Jika angka pada bilangan 133464133464133464... diteruskan dengan pola yang sama, tentukan:
   a. Angka ke-100
   b. Angka ke-1.000
   c. Angka ke-3.000
   d. Angka ke-2.016
   e. Banyak angka 1 hingga angka ke-50
   f. Banyak angka 3 hingga angka ke-10^2
   g. Banyak angka 4 hingga angka ke-300
   h. Banyak angka 6 hingga angka ke-10^3

7. Tentukan angka satuan pada bilangan:
   a. 2^{100}
   b. 2^{999}
   c. 13^{100}
   d. $2.012^{2.013}$

Menentukan Persamaan dari Suatu Konfigurasi Objek

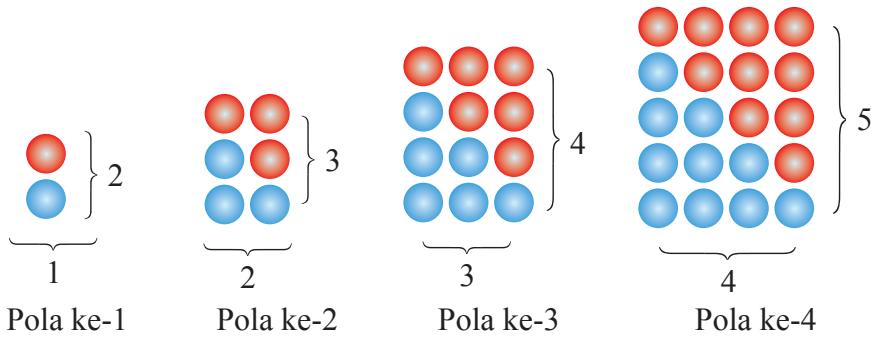
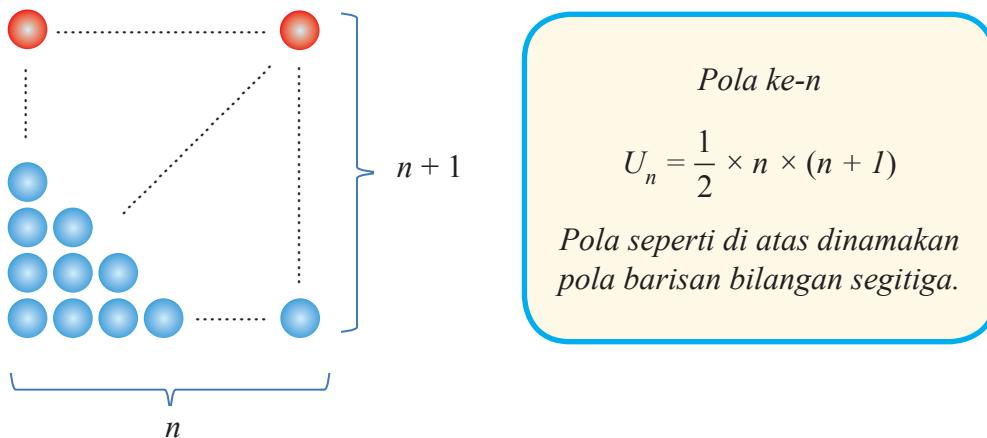
Berikut ini kalian akan diajak untuk mengamati suatu konfigurasi objek. Setelah mengamati konfigurasi objek tersebut, kalian diajak untuk menggali informasi tentang pola bilangan yang terbentuk, sehingga pada akhirnya kalian bisa membuat persamaan pola bilangan yang kalian temukan.

Gambar 1.9 Pola susunan bola

Jika susunan bola diteruskan dengan pola ke-n, dengan n adalah suatu bilangan bulat positif, tentukan:

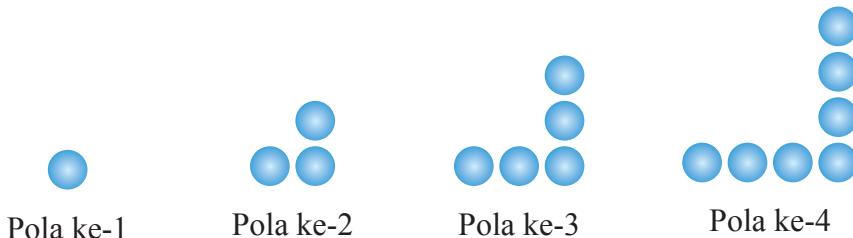
Banyak bola berwarna biru pada pola ke-n (U_n)

Banyak bola berwarna biru pada susunan ke-10 (U_{10})

Banyak bola berwarna biru pada susunan ke-1.000 ($U_{1.000}$)

a. Untuk melihat banyak bola pada susunan ke-10 mari amati ilustrasi berikut. perhatikan banyaknya lingkaran yang berwarna biru adalah setengah bagian dari bola yang disusun menjadi persegi panjang.

Gambar 1.10 Pola susunan bola menjadi persegi panjang

Dengan memerhatikan pola di atas kita bisa membuat pola ke-*n* adalah

Gambar 1.11 Pola susunan bola ke-*n*

Dengan menggunakan rumus pola yang sudah ditemukan di atas, kita dapat menentukan:

Pola ke-10 (U_{10}) $= \frac{1}{2} \times 10 \times (11) = 55$

Pola ke-1000 ($U_{1.000}$) $= \frac{1}{2} \times 1.000 \times (1.001) = 500.500$

Gambar 1.12 Pola susunan bola

Dengan memerhatikan pola susunan bola di atas, tentukan:

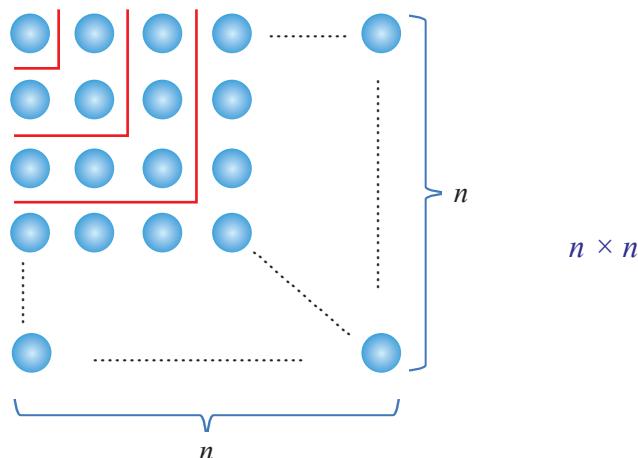
a. banyak bola pada pola ke-n (U_n).

b. jumlah bola hingga pola ke-n (S_n).

a. Pola ke-1: $1 = 2 \times 1 - 1$

Pola ke-2: $3 = 2 \times 2 - 1$

Pola ke-3: $5 = 2 \times 3 - 1$

Pola ke-4: $7 = 2 \times 4 - 1$

Dengan memerhatikan pola tersebut, kita bisa simpulkan bahwa

Pola ke-n: $U_n = 2 \times n - 1$

Keterangan:

- *Pola di atas disebut pola bilangan ganjil, karena bilangan yang dihasilkan adalah semua anggota himpunan bilangan ganjil (positif).*
- *Selain itu, pola tersebut juga bisa digolongkan sebagai barisan bilangan artimetika karena mempunyai beda antar suku yang tetap yaitu 2.*

b. Perhatikan pola bola-bola yang dijumlahkan pada pola bilangan ganjil. Bola-bola yang dijumlahkan tersebut dapat disusun ulang menjadi bentuk persegi sebagai berikut.

Gambar 1.13 Pola susunan bola menjadi bentuk persegi

Pola susunan bilangan yang membentuk persegi tersebut dinamakan pola bilangan persegi. Dengan memerhatikan susunan bola tersebut dapat kita simpulkan bahwa penjumlahan hingga pola ke-n adalah

$$S_n = n^2$$

Dengan kata lain

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots (2 \times n - 1) = n^2$$

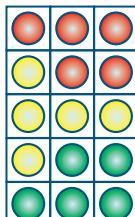
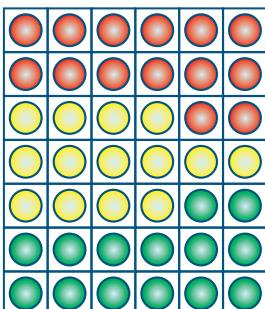
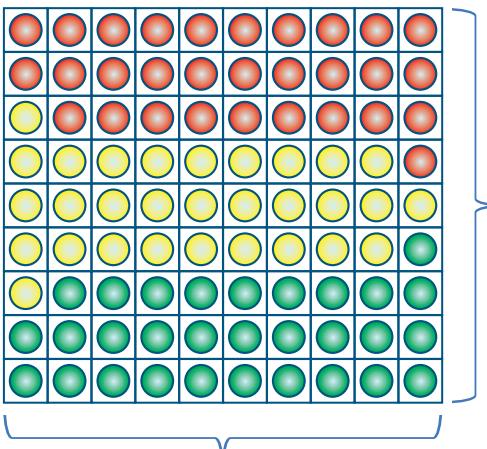
Tentukan hasil penjumlahan pola bilangan persegi hingga pola ke-n.

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = ?$$

Sebelum menentukan jumlah pola bilangan persegi hingga pola ke-n, kita akan melihat empat pola awal dari penjumlahan pola bilangan persegi. S_n bermakna jumlah hingga pola ke-n, dengan n adalah suatu bilangan bulat positif.

$1 = 1^2$

$3 = 2 \times 1 + 1$

1

$3 \times 1 = 1 \times 3$

$3 \times S_1 = (1) \times (2 \times 1 + 1)$

$3 \times S_1 = \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 2\right) \times (2 \times 1 + 1)$

$5 = 1^2 + 2^2$

$5 = 2 \times 2 + 1$

$3 = 1 + 2$

$3 \times 5 = 5 \times 3$

$3 \times S_2 = (1 + 2) \times (2 \times 2 \times 1)$

$3 \times S_2 = (3) \times (2 \times 2 + 1)$

$3 \times S_2 = \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 3\right) \times (2 \times 1 + 1)$

$14 = 1^2 + 2^2 + 3^2$

$7 = 2 \times 3 + 1$

$6 = 1 + 2 + 3$

$3 \times 14 = 6 \times 7$

$3 \times S_3 = (1 + 2 + 3) \times (2 \times 3 \times 1)$

$3 \times S_3 = (6) \times (2 \times 3 + 1)$

$3 \times S_3 = \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\right) \times (2 \times 3 + 1)$

$30 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$

$9 = 2 \times 4 + 1$

$10 = 1 + 2 + 3 + 4$

$3 \times 30 = 10 \times 9$

$3 \times S_4 = (1 + 2 + 3 + 4) \times (2 \times 4 \times 1)$

$3 \times S_4 = (10) \times (2 \times 4 + 1)$

$3 \times S_4 = \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 5\right) \times (2 \times 4 + 1)$

Amati keempat pola yang sudah ditemukan.

$$3 \times S_1 = \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 2\right) \times (2 \times 1 + 1)$$

$$3 \times S_2 = \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 3\right) \times (2 \times 1 + 1)$$

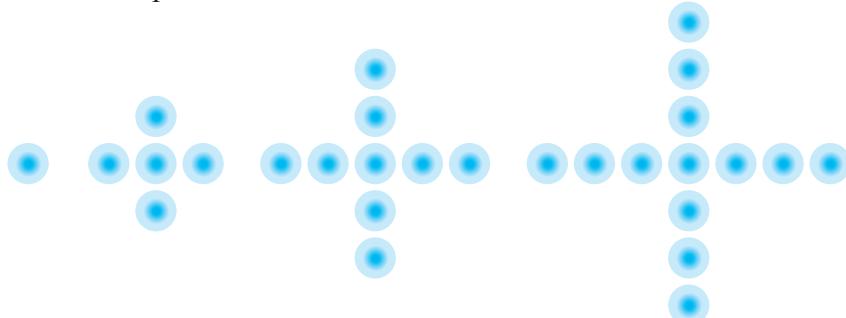
$$3 \times S_3 = \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\right) \times (2 \times 3 + 1)$$

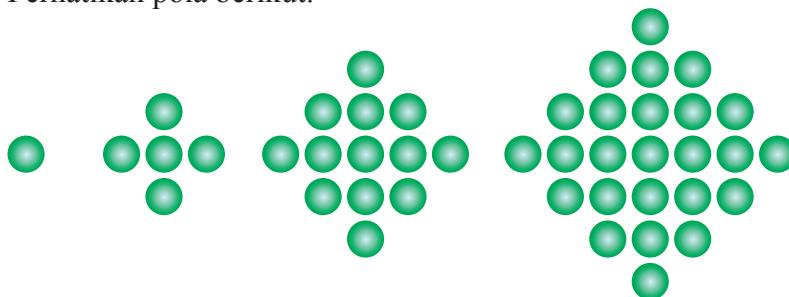
$$3 \times S_4 = \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 5\right) \times (2 \times 4 + 1)$$

Dari empat pola di atas, kita bisa menggeneralisasi sebagai berikut.

$$3 \times S_n = \left(\frac{1}{2} \times n \times (n + 1)\right) \times (2 \times n + 1)$$

$$3 \times S_n = \frac{1}{2} \times n \times (n + 1) \times (2 \times n + 1)$$

$$S_n = \frac{1}{6} \times n \times (n + 1) \times (2 \times n + 1)$$

Jadi, dapat kita simpulkan

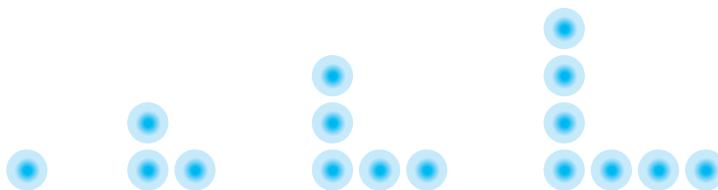
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + n^2 = \frac{1}{6} \times n \times (n + 1) \times (2 \times n + 1)$$

1. Perhatikan pola berikut

Tentukan banyak bola pada pola ke-n, untuk n bilangan bulat positif.

2. Perhatikan pola berikut.

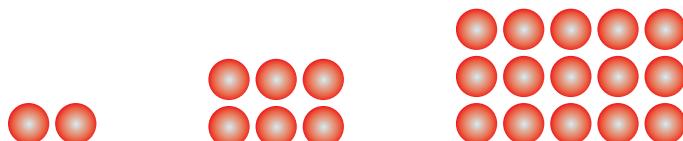
Tentukan banyak bola pada pola ke-n, untuk n bilangan bulat positif.

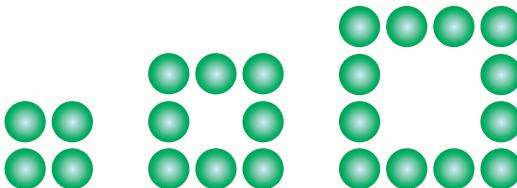
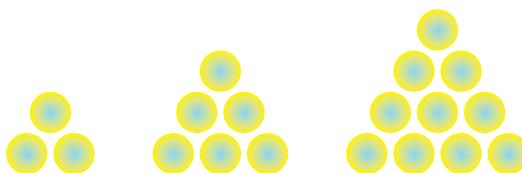
3. Perhatikan susunan bilangan berikut. Susunan bilangan berikut dinamakan pola bilangan Pascal, karena ditemukan oleh Blaise Pascal. Bilangan di baris ke-2 adalah hasil penjumlahan dari dua bilangan pada baris ke-1. Tentukan jumlah bilangan pada baris ke-n pada pola bilangan Pascal berikut.

1	
1 1	Baris ke-1
1 2 1	Baris ke-2
1 3 3 1	Baris ke-3
1 4 6 4 1	Baris ke-4
1 5 10 10 5 1	Baris ke-5

4. Perhatikan bilangan-bilangan yang dibatasi oleh garis merah berikut.

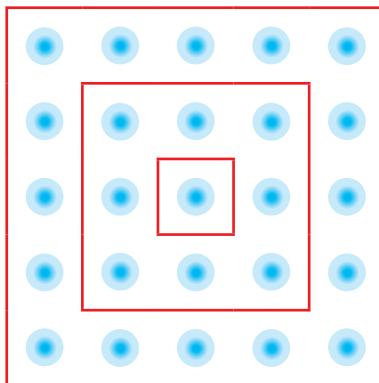
1	2	3	4	5	6
2	4	6	8	10	12
3	6	9	12	15	18
4	8	12	16	20	24
5	10	15	20	25	30
6	12	18	24	30	36

Jika pola bilangan tersebut diteruskan hingga n, untuk n bilangan bulat positif, tentukan:
a. jumlah bilangan pada pola ke-n.
b. jumlah bilangan hingga pola ke-n.

5. Perhatikan gambar noktah-noktah berikut.

a. Apakah gambar di atas membentuk suatu pola? Jelaskan.
b. Tentukan banyak noktah pada 5 urutan berikutnya.

Hubungkan masing-masing pola di atas dengan suatu bilangan yang menunjukkan banyaknya noktah dalam pola itu. Pola bilangan apakah yang kalian dapat? Jelaskan.

6. Tentukan banyak lingkaran pada pola ke-100 pada pola berikut.

7. Tentukan banyak lingkaran pada pola ke-10, ke-100, ke-n pada pola berikut, untuk sebarang n bilangan bulat positif.

8. Tentukan banyak lingkaran pada pola ke-10, ke-100, ke-n pada pola berikut, untuk sebarang n bilangan bulat positif.

9. Tentukan banyak lingkaran pada pola ke-10, ke-100, ke-n pada pola berikut, untuk sebarang n bilangan bulat positif.

10. Perhatikan pola bilangan berikut.

    $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}$

    a. Nyatakan ilustrasi dari pola tersebut.

    b. Tentukan pola ke-n, untuk sebarang n bilangan bulat positif.

11. Dengan memerhatikan bola-bola yang dibatasi garis merah, tentukan:

    a. banyak bola pada pola ke-100.

    b. jumlah bola hingga pola ke-100.

12. Tiap-tiap segitiga berikut terbentuk dari 3 stik. Dengan memerhatikan

pola berikut, tentukan banyak stik pada pola ke-10, ke-100, dan ke-n, untuk sebarang n bilangan bulat positif.

13. Dengan memerhatikan pola berikut

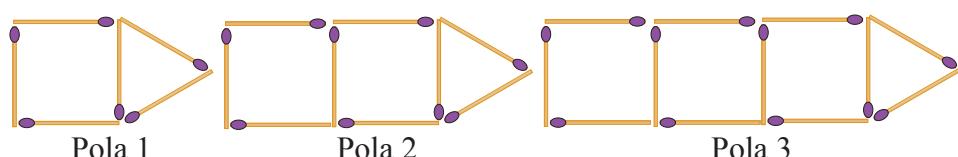
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + ... + (\text{pola ke-}n)$$

   a. Tentukan tiga pola berikutnya.
   b. Tentukan pola bilangan ke-n, untuk sebarang n bilangan bulat positif.
   c. Tentukan jumlah hinggan bilangan ke-n, untuk sebarang n bilangan bulat positif.

Carilah lima hal di sekitar kalian yang menerapkan pola bilangan.

Tentukan pola yang digunakan pada hal yang kalian temukan tersebut.

Sajikan hal yang terkait pola tersebut semenarik mungkin.

Setelah kalian melakukan kegiatan tentang pola bilangan, mari merangkum materi yang sudah kalian dapatkan dengan menjawab pertanyaan berikut.

1. Jelaskan cara menentukan suku-suku tertentu pada suatu barisan bilangan.
2. Jelaskan cara menentukan angka satuan pada bilangan berpangkat yang memuat banyak angka.
3. Bagaimana cara menentukan pola konfigurasi objek-objek?

A. Pilihan Ganda

1. Batang korek api disusun dengan dengan susunan seperti pada gambar berikut.

   Jika pola tersebut terus berlanjut, banyak batang korek api pada susunan ke-10 adalah ... batang.

   A. 33

   B. 36

   C. 39

   D. 42

   TIMSS 2003 8th Grade Mathematics Item

2. Perhatikan pola bilangan berikut.

   (3, 6), (6, 15), (8, 21)

   Pernyataan yang tepat untuk mendapatkan bilangan kedua dari pasangan bilangan pertama pada pola tersebut adalah ....

   A. Ditambah 3

   B. Dikalikan 2

   C. Dikalikan 2 kemudian ditambah 3

   D. Dikalikan 3 kemudian dikurangi 3

   TIMSS 2003 8th Grade Mathematics Item

Petunjuk: Untuk soal no. 3 - 16, pilihlah salah satu jawaban yang benar sesuai dengan pola barisan yang diberikan.

3. 10, 30, 50, 70, ..., ..., ...
   A. 80, 90, 100
   B. 90, 110, 130
   C. 100, 200, 400
   D. 110, 130, 150

4. 2, 3, 8, 11, 16, ..., ..., ...
   A. 19, 24, 27
   B. 18, 23, 26
   C. 20, 25, 28
   D. 19, 25, 28

5. 5, 4, 9, 8, 13, 12, 17, ..., ..., ...
   A. 18, 23, 22
   B. 17, 22, 21
   C. 16, 21, 20
   D. 15, 20, 19

6. 1, 3, 4, 7, 9, 13, 16, 21, ..., ...
   A. 27, 31
   B. 25, 31
   C. 25, 30
   D. 25, 29

7. 2, −6, 18, −32, 64, ..., ..., ...
   A. −128, 254, −508
   B. 128, −254, 508
   C. −96, 128, −160
   D. −254, 508, −1016

8. 90, 30, 10, ..., ..., ...

A. $\frac{10}{3}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{10}{27}$

B. 3, 2, 1

C. 7, 4, 1

D. $\frac{10}{9}$, $\frac{10}{27}$, $\frac{10}{81}$

9. 4, −7, 10, −13, 16, ..., ..., ...

A. 19, −22, 25

B. −20, 25, −31

C. 20, −24, 28

D. −19, 22, −25

10. A, K, C, ..., E, O, G

A. D

B. L

C. N

D. M

11. 1, 3, 4, 7, ..., ..., 29

A. 11, 19

B. 11, 18

C. 10, 17

D. 10, 18

12. 1, 4, 9, 16, ..., ..., 49

A. 25, 36

B. 25, 30

C. 20, 36

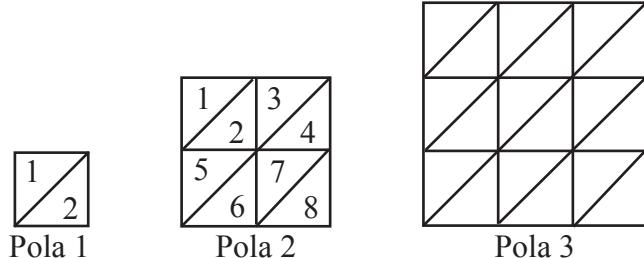
D. 24, 34

13. 2, 4, 10, 11, 18, 18, 26, 25, ..., ..., ...
    A. 32, 30, 40
    B. 33, 31, 41
    C. 34, 32, 42
    D. 35, 33, 43

14. 1, 5, –1, 3, 7, 1, 5, 9, 3, 7, 11, 5, ..., ..., ...
    A. 8, 12, 6
    B. 9, 13, 7
    C. 10, 14, 8
    D. 11, 15, 9

15. 4, 10, ..., ..., 34, 44
    A. 17, 26
    B. 16, 22
    C. 17, 25
    D. 16, 25

16. 100, 92, ..., 79, ..., 70
    A. 85, 73
    B. 84, 74
    C. 84, 71
    D. 85, 74

17. Jika angka di belakang koma pada bilangan 7,1672416724167... dilanjutkan terus menerus, angka pada tempat kedudukan $\frac{1}{10^{33}}$ adalah ...
    A. 1 C. 7
    B. 6 D. 2

18. Angka satuan pada bilangan $2.013^{2.001}$ adalah ...

A. 3 C. 7

B. 9 D. 1

19. Jika n pada bilangan 1.248^n adalah suatu bilangan bulat positif, nilai n agar angka satuannya 8 adalah ...

A. 2.013

B. 2.014

C. 2.015

D. 2.016

20. Jika n menyatakan banyak rusuk sisi alas suatu limas, maka banyak rusuk pada limas tersebut adalah ....

A. $3n$

B. $2n$

C. $3n + 1$

D. $2n + 1$

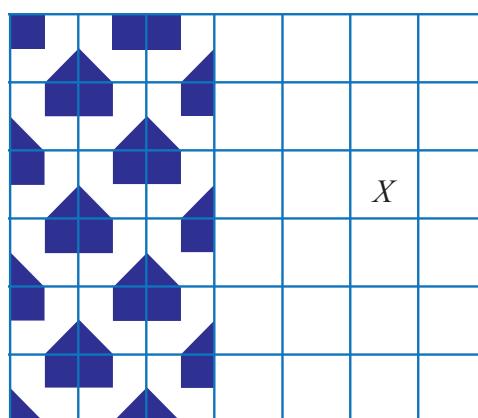
B. Esai

1. Tentukan dua suku yang hilang pada barisan bilangan berikut.

   2, 5, ..., 12, ..., 31, 50

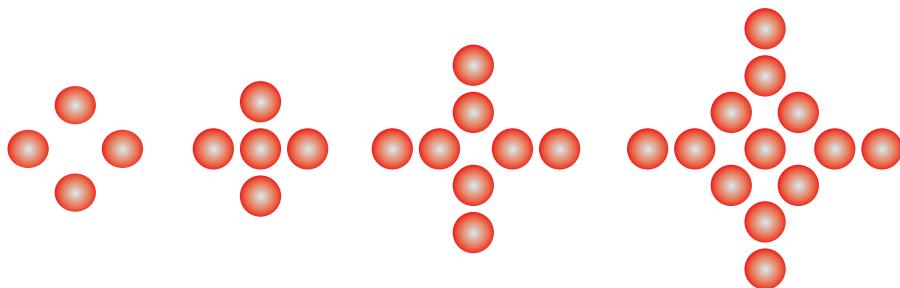
2. Bilangan-bilangan pada barisan 7, 11, 15, 19, 23, ... terus bertambah 4 pada setiap suku-sukunya. Sedangkan bilangan pada barisan 1, 10, 19, 28, 37, ... terus bertambah 9 pada setiap suku-sukunya. Bilangan 19 terdapat pada kedua pola tersebut. Jika kedua barisan bilangan tersebut dilanjutkan terus menerus, maka bilangan sama yang muncul berikutnya di kedua barisan adalah ....

   TIMSS 2003 8th Grade Mathematics Item

3. Ketiga gambar berikut dibagi menjadi segitiga-segitiga kecil yang berukuran sama.

a. Gambar tersebut dilanjutkan hingga gambar 4 dengan pola yang sama. Lengkapi tabel di bawah ini.

Gambar	Banyak segitiga
1	2
2	8
3	...
4	...

b. Jika gambar tersebut dilanjutkan hingga gambar 7, tentukan banyak segitiga yang terbentuk.

c. Jika gambar tersebut dilanjutkan hingga gambar 50. Jelaskan cara kalian untuk menentukan banyak segitiga kecil yang terbentuk, tanpa menggambar dan mencacah satu per satu gambar.

TIMSS 2003 8th Grade Mathematics Item

4. Jika pola pada gambar berikut dilanjutkan terus menerus, tentukan gambar yang terbentuk pada persegi bertanda X.

TIMSS 2003 8th Grade Mathematics Item

5. Jika angka di belakang koma pada bilangan 13,5689135689135... dilanjutkan terus menerus, tentukan angka pada tempat kedudukan $\frac{1}{10^{40}}$.

6. Tentukan angka satuan pada bilangan $2.012^{1.002}$...

7. Jika angka pada bilangan 1000001000001000001000000... dilanjutkan terus menerus hingga angka ke-100 dengan pola yang terlihat, maka tentukan banyak angka "0" pada bilangan tersebut.

8. Jika n menyatakan banyak rusuk pada suatu prisma, tentukan banyak sisi pada prisma tersebut.

9. Tentukan banyak lingkaran pada pola ke-101 pada konfigurasi objek berikut.

10. Jika pasangan bilangan berikut ini dilanjutkan, tentukan pasangan bilangan 100.

1	2	3	4	5	6	7
2	6	12	20	30	42	56

Bab 2

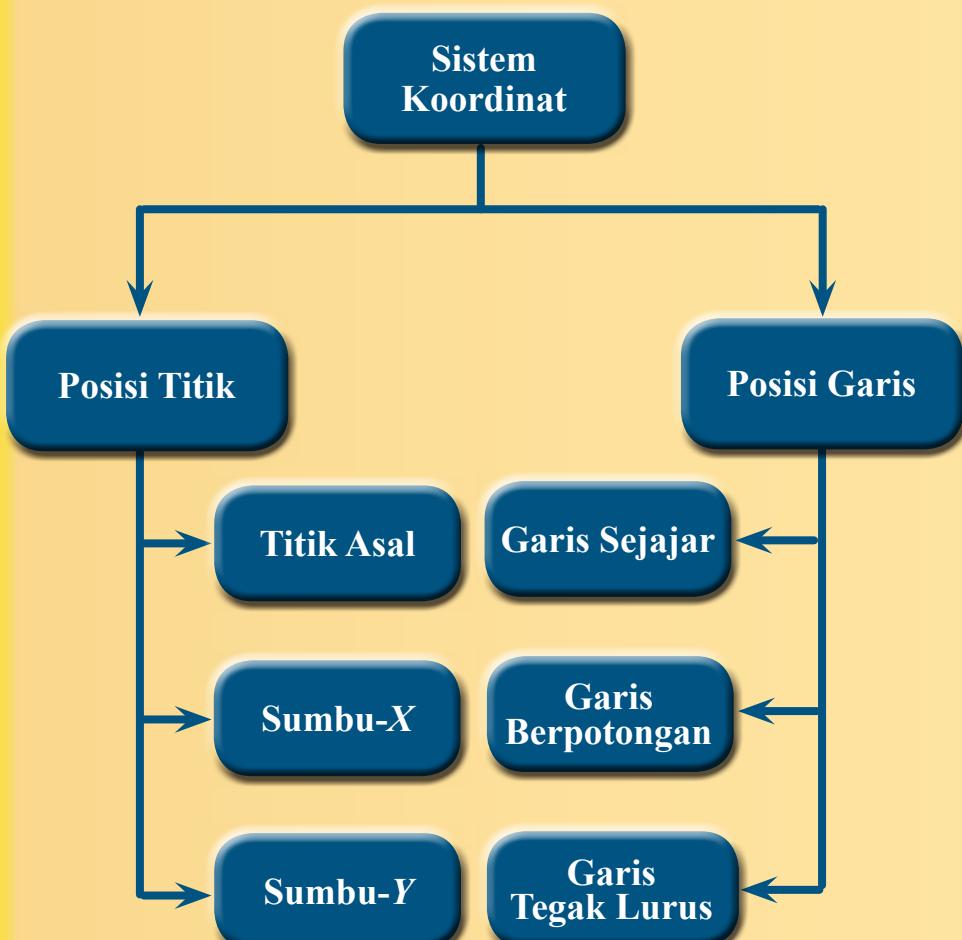
Koordinat Kartesius

Sumber: Kemdikbud

Denah Perumahan

Jika kalian melihat denah peta perumahan, kalian akan melihat rumah sudah diatur sedemikian rupa tampak tertata rapi dan dengan jalan yang tersambung satu dengan lainnya seperti garis vertikal dan garis horizontal. Tentu semuanya itu mempunyai maksud dan tujuan agar lahan yang ada dapat dimanfaatkan dengan seefisien mungkin dan semua rumah dapat memiliki akses jalan yang cukup memadai. Jika kalian cermati, peta perumahan tersebut menunjukkan bahwa setiap rumah memiliki posisi yang berbeda-beda terhadap titik tertentu yang biasanya disebut sistem koordinat. Agar kalian lebih mengerti tentang sistem koordinat tersebut, ayo kita pelajari sistem koordinat dengan baik.

Kata Kunci

- *Titik Asal*
- *Sumbu-X*
- *Sumbu-Y*
- *Garis-garis sejajar*
- *Garis-garis tegak lurus*
- *Garis-garis berpotongan*

Kompetensi Dasar

3.2. *Menjelaskan kedudukan titik dalam bidang koordinat Kartesius yang dihubungkan dengan masalah kontekstual.*

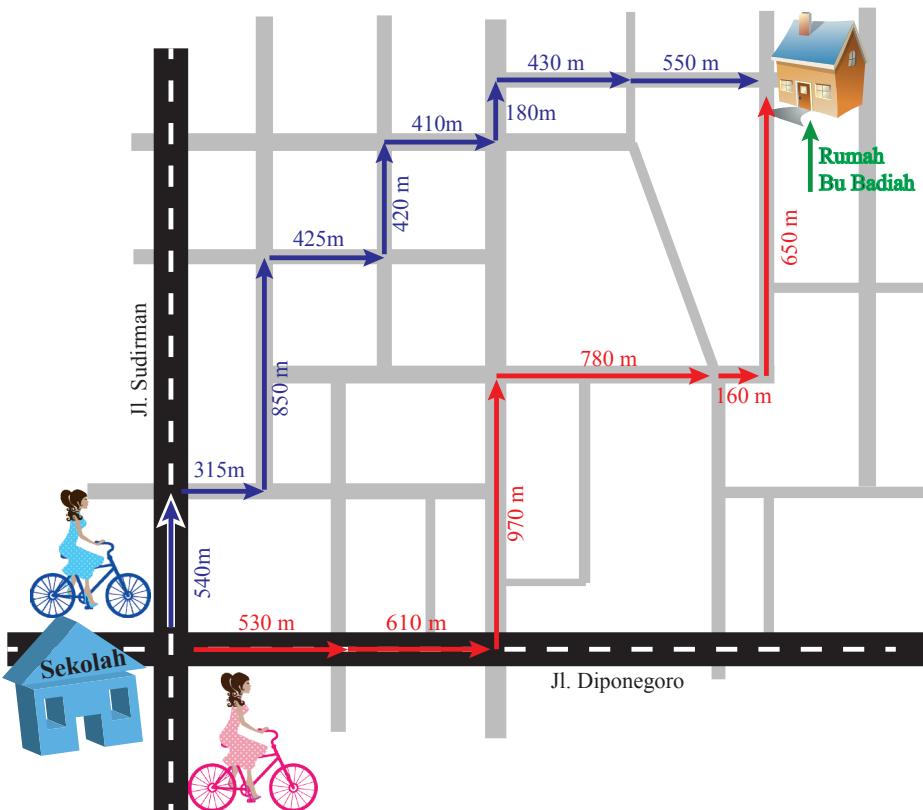
4.2. *Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kedudukan titik dalam bidang koordinat Kartesius.*

Pengalaman Belajar

1. *Menggunakan koordinat Kartesius untuk menentukan posisi:*
   a. *titik terhadap sumbu-X dan sumbu-Y.*
   b. *titik terhadap titik asal (0, 0) dan titik tertentu (a, b).*
2. *Menggunakan koordinat Kartesius untuk menentukan posisi:*
   a. *garis yang sejajar dengan sumbu-X dan sumbu-Y.*
   b. *garis yang berpotongan dengan sumbu-X dan sumbu-Y.*
   c. *garis yang tegak lurus dengan sumbu-X dan sumbu-Y.*

Peta Konsep
Sistem Koordinat
Posisi Titik
Posisi Garis
Titik Asal
Sumbu-X
Sumbu-Y
Garis Sejajar
Garis Berpotongan
Garis Tegak Lurus

Rene Descartes (1596 - 1650 M)

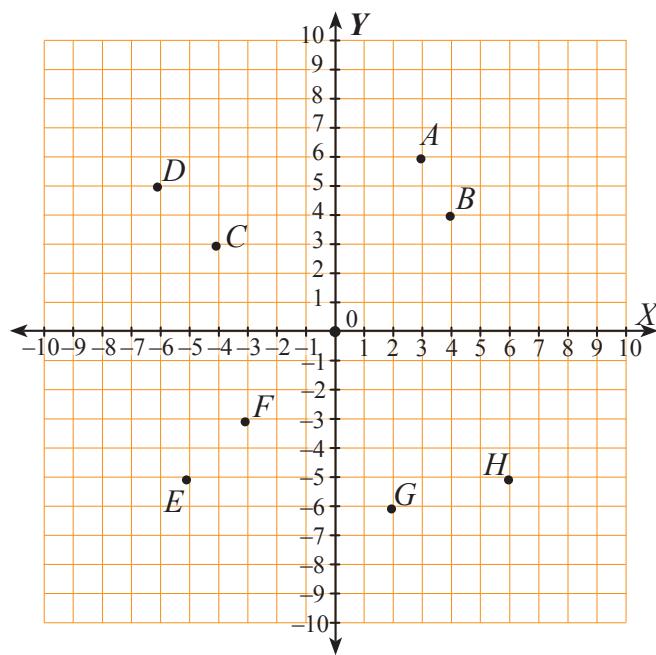
Descartes dikenal sebagai Renatus Cartesius dalam literatur berbahasa Latin, merupakan seorang filsuf dan matematikawan Prancis. Beliau mempersembahkan sumbangan yang penting yaitu penemuannya tentang geometri analitis, yang akhirnya dikenal sebagai pencipta "**Sistem koordinat Cartesius**", yang memengaruhi perkembangan kalkulus modern dan menyediakan jalan buat Newton menemukan Kalkulus. Beliau memberikan kontribusi yang besar dalam kemajuan di bidang matematika, sehingga dipanggil sebagai "Bapak Matematika Modern".

Descartes adalah salah satu pemikir paling penting dan berpengaruh dalam sejarah barat modern. Metodenya ialah dengan meragukan semua pengetahuan yang ada, yang kemudian mengantarkannya pada simpulan bahwa pengetahuan yang ia kategorikan ke dalam tiga bagian dapat diragukan, yaitu pengetahuan yang berasal dari pengalaman inderawi dapat diragukan, fakta umum tentang dunia semisal api itu panas dan benda yang berat akan jatuh juga dapat diragukan, serta prinsip-prinsip logika dan matematika juga ia ragukan. Dari keraguan tersebut, Descartes hendak mencari pengetahuan yang tidak dapat diragukan yang akhirnya mengantarkan pada premisnya *Cogito Ergo Sum* yang artinya **"aku berpikir, maka aku ada"**.

Hikmah yang dapat dipetik antara lain:

1. Keyakinan yang sempurna dan mutlak terhadap keberadaan adanya Tuhan, dan semua objek di dunia ini adalah ciptaan Tuhan.
2. Tidak mudah puas terhadap sesuatu yang sudah didapatkan, sehingga terus berpikir melakukan inovasi untuk menemukan sesuatu yang baru.
3. Manusia diciptakan oleh Tuhan dengan bentuk yang sempurna. Oleh karena itu, manusia harus menggunakan akal dan pikirannya untuk memanfaatkan lingkungan dengan sebaik-baiknya.
4. Saling membantu dan kerja sama sesama manusia agar terjadi interaksi yang positif dalam melakukan aktifitas dan belajar.

Gambar 2.1 Peta alamat rumah Bu Badiah

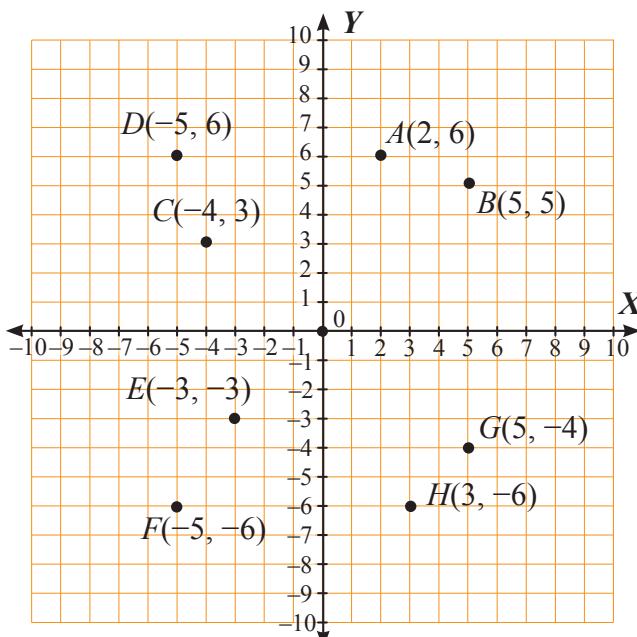
Bella dan Diva ingin berkunjung ke rumah gurunya, Bu Badiah. Namun, mereka belum tahu alamat rumah gurunya secara pasti. Ibu Badiah hanya memberikan informasi bahwa rumahnya berjarak 1,78 km dari Jalan Diponegoro dan berjarak 2,13 km dari Jalan Sudirman. Bella dan Diva berangkat bersama dari sekolah, dengan menggunakan sepeda mereka menempuh jalan yang berbeda. Warna merah adalah rute perjalanan yang dilalui Bella, warna biru adalah rute perjalanan yang dilalui Diva seperti yang ditunjukkan dalam peta. Ternyata Bella datang lebih awal di rumah Bu Badiah, sedangkan Diva baru datang setelah beberapa menit kemudian. Apabila kecepatan sepeda mereka dianggap sama, mengapa Bella datang lebih awal daripada Diva?

Posisi Titik Terhadap Sumbu-X dan Sumbu-Y

Istilah Cartesius (baca: Kartesius) adalah latinisasi untuk Descartes. Istilah ini digunakan untuk mengenang ahli matematika sekaligus filsuf asal negara Prancis yaitu Descartes, yang berperan besar dalam menggabungkan aljabar dan geometri. Ia memperkenalkan ide baru untuk menggambarkan posisi titik atau objek pada sebuah permukaan dengan menggunakan dua sumbu yang bertegak lurus antarsatu dengan yang lain.

Koordinat Kartesius digunakan untuk menentukan objek titik-titik pada suatu bidang dengan menggunakan dua bilangan yang biasa disebut dengan koordinat x dan koordinat y dari titik-titik tersebut. Untuk mendefinisikan koordinat diperlukan dua garis berarah tegak lurus satu sama lain (sumbu-X dan sumbu-Y), dan panjang unit yang dibuat tanda-tanda pada kedua sumbu tersebut.

Titik-titik pada bidang koordinat Kartesius memiliki jarak terhadap sumbu-X dan sumbu-Y.

Coba sekarang amati posisi titik A, B, C, D, E, F, G, dan H terhadap sumbu-X dan sumbu-Y pada Gambar 2.2.

Gambar 2.2 Koordinat Kartesius

Dari **Gambar 2.2** dapat ditulis posisi titik-titik, sebagai berikut:
Titik A berjarak 3 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 6 satuan dari sumbu-X.
Titik B berjarak 4 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 4 satuan dari sumbu-X.
Titik C berjarak 4 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 3 satuan dari sumbu-X.
Titik D berjarak 6 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 5 satuan dari sumbu-X.
Titik E berjarak 5 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 5 satuan dari sumbu-X.
Titik F berjarak 3 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 3 satuan dari sumbu-X.
Titik G berjarak 2 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 6 satuan dari sumbu-X.
Titik H berjarak 6 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 5 satuan dari sumbu-X.

Setelah kalian mengamati posisi titik pada koordinat Kartesius, buatlah pertanyaan tentang kedudukan titik pada koordinat Kartesius, misalnya mengapa titik E dan titik H memiliki jarak yang sama dengan sumbu-X tetapi memiliki jarak yang berbeda dengan sumbu-Y?

***Gambar* 2.3** Koordinat titik-titik pada koordiant Kartesius

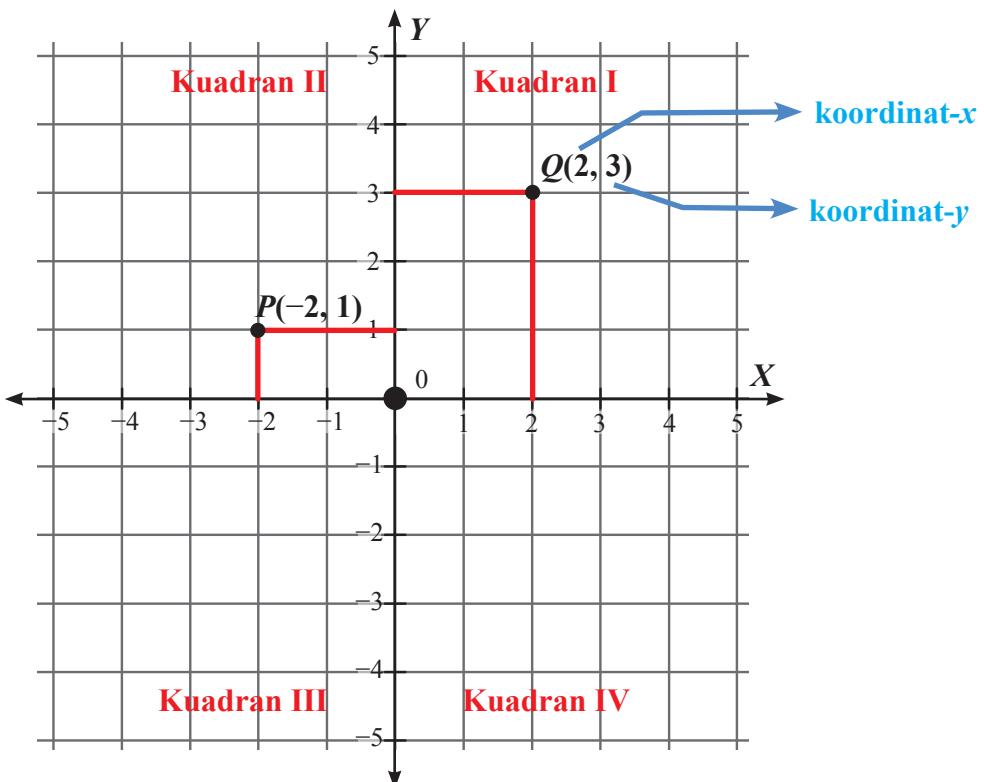
Amati titik-titik pada koordinat Kartesius di samping dan isilah tabel berikut.

Tabel 2.1 Jarak titik terhadap sumbu-X dan sumbu-Y

No.	Koordinat titik	Jarak ke sumbu-X	Jarak ke sumbu-Y
1	$A(2, 6)$	6 satuan	2 satuan
2	$B(5, 5)$		
3	$C(-4, 3)$		
4	$D(-5, 6)$		
5	$E(-3, -3)$		
6	$F(-5, -6)$		
7	$G(5, -4)$		
8	$H(3, -6)$		

Coba tukarkan hasil pekerjaan kalian dengan teman sebangku dan cocokkanlah.

Untuk lebih jelas tentang posisi titik pada koordinat Kartesius, coba amati kembali koordinat Kartesius pada **Gambar 2.4**.

Posisi titik pada koordinat Kartesius ditulis dalam pasangan berurut (x, y). Bilangan x menyatakan jarak titik itu dari sumbu-Y dan bilangan y menyatakan jarak titik itu dari sumbu-X.

Sumbu-X dan sumbu-Y membagi bidang koordinat Kartesius menjadi 4 kuadran, yaitu

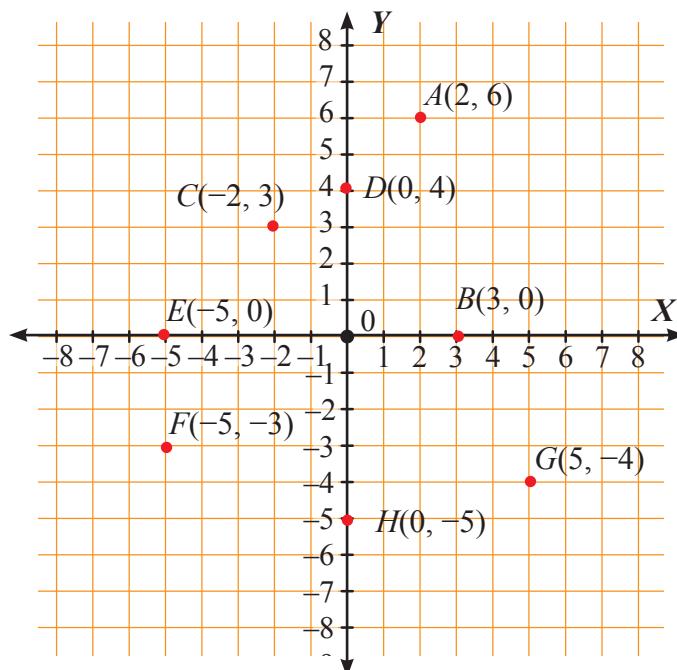
Kuadran I : koordinat-x positif dan koordinat-y positif

Kuadran II : koordinat-x negatif dan koordinat-y positif

Kuadran III : koordinat-x negatif dan koordinat-y negatif

Kuadran IV : koordinat-x positif dan koordinat-y negatif

Gambar 2.4 Empat kuadran bidang koordinat

Dalam bidang koordinat di atas
Titik P memiliki koordinat (–2, 1), koordinat-x : –2, koordinat-y : 1
Titik Q memiliki koordinat (2, 3), koordinat-x : 2, koordinat-y : 3

Setelah kalian mengamati empat kuadran dalam koordinat Kartesius, coba buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan empat kuadran dalam koordinat Kartesius tersebut, misalnya titik A(–4, 3) terletak pada kuadran berapa pada koordinat Kartesius?

Coba perhatikan kembali koordinat Kartesius di bawah ini. Amati kedudukan titik-titik pada tiap-tiap kuadran koordinat Kartesius berikut ini. Amati pula jarak tiap-tiap titik terhadap sumbu-X dan terhadap sumbu-Y.

Gambar 2.5 Bidang koordinat Kartesius

Tabel 2.2 Jarak titik terhadap sumbu-X dan sumbu-Y dalam kuadran

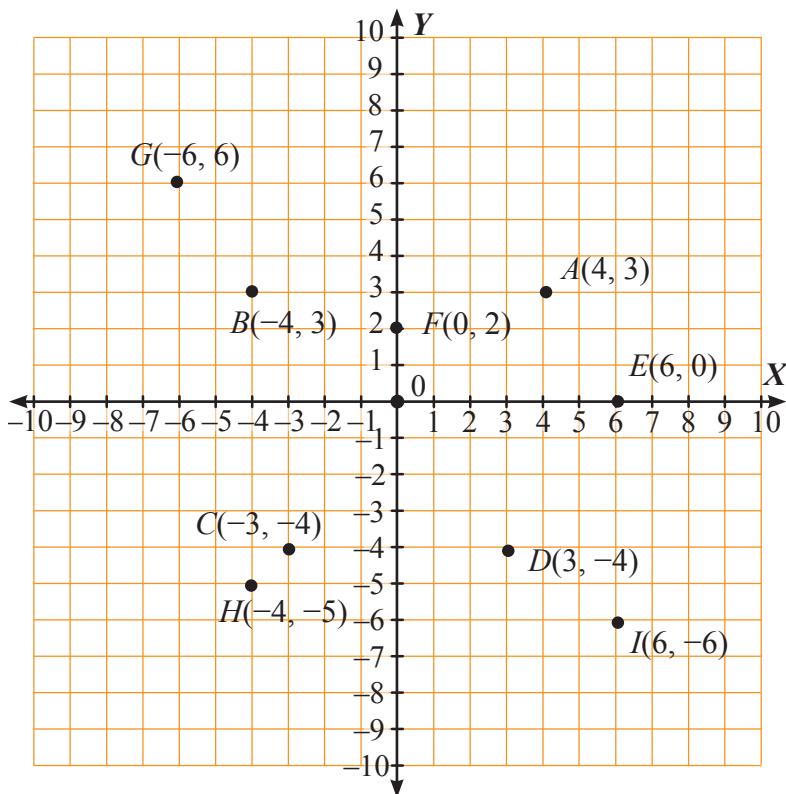
Koordinat titik	Keterangan
$A(2, 6)$	Titik A berjarak 2 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 6 satuan dari sumbu-X. Titik A berada di kuadran I
B(..., ...)	...
$C(–2, 3)$	...
D(..., ...)	...

Koordinat titik	Keterangan
E(..., …)	...
$F(–5, –3)$	...
$G(5, –4)$	...

Setelah kalian melengkapi tabel tersebut, coba selesaikan masalah berikut ini.

a. Bagaimana cara menentukan suatu titik berada pada kuadran koordinat Kartesius?

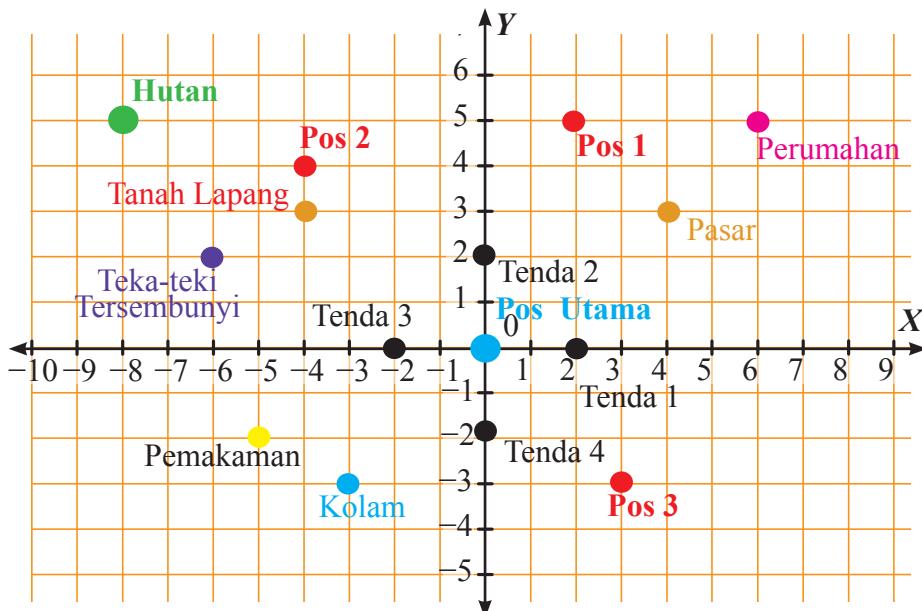
b. Apa yang kalian ketahui tentang titik $B(3, 0)$, titik $D(0, 4)$, titik $E(-5, 0)$, dan titik $H(0, -5)$?

c. Gambarlah koordinat Kartesius, kemudian gambarlah titik $P(2, 1)$, $Q(4, 1)$, $R(4, -1)$, dan $S(2, -1)$. Jika titik-titik tersebut dihubungkan, bangun apakah yang terbentuk?

Jika kalian sudah menjawab beberapa pertanyaan pada kegiatan menalar, coba sekarang tukarkan jawaban dengan temanmu dan diskusikan jika ada perbedaan.

Perhatikan koordinat Kartesius di bawah ini.

Gambar 2.6 Titik-titik pada koordinat Kartesius

1. Sebutkan titik-titik yang mempunyai jarak sama terhadap sumbu-*X*.
2. Sebutkan titik-titik yang mempunyai jarak sama terhadap sumbu-*Y*.
3. Sebutkan titik-titik yang berada di sebelah kanan dan sebelah kiri sumbu-*Y*.
4. Berapa jarak titik *E* terhadap sumbu-*X* dan sumbu-*Y* dan terletak di sebelah mana terhadap sumbu-*X* dan sumbu-*Y*?
5. Terletak pada kuadran berapakah titik-titik tersebut?

Posisi Titik terhadap Titik Asal (0, 0) dan Titik Tertentu (a, b)

Pernahkah kalian berkemah? Dalam perkemahan ada pos utama, tenda, pasar, pos-pos, kolam, dan lain-lain. Coba sekarang perhatikan denah perkemahan di bawah ini.

Gambar 2.7 Denah Perkemahan

Perhatikan denah perkemahan tersebut, dan buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan posisi objek tertentu terhadap objek yang lain, misalnya sebagai berikut:

1. Bagaimana kedudukan kolam terhadap pasar?
2. Bagaimana kedudukan perumahan terhadap tenda 1?

Berdasar denah perkemahan **Gambar 2.7**, tentukan:

1. posisi beberapa objek terhadap pos utama,
2. posisi beberapa objek terhadap tanah lapang,
3. posisi beberapa objek terhadap kolam.

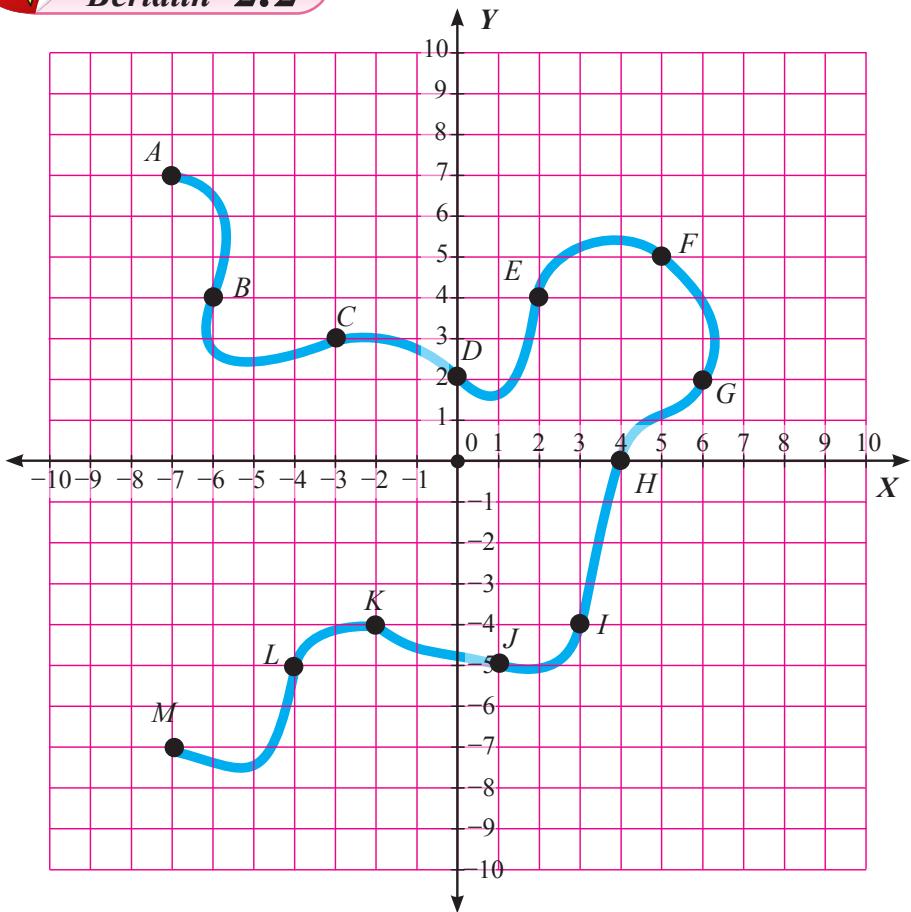
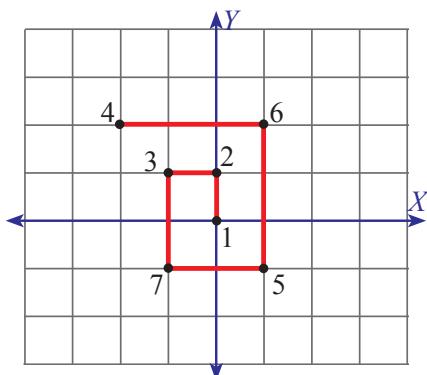
Posisi beberapa objek terhadap pos utama dan posisi beberapa tempat terhadap tanah lapang dan kolam dapat dituliskan pada **Tabel 2.3**.

Tabel 2.3 Posisi tempat pada bidang koordinat Kartesius

Tempat	Posisi tempat terhadap					
	Pos utama	**Keterangan**	**Tanah Lapang**	**Keterangan**	**Kolam**	**Keterangan**
Perumahan	(6, 5)	6 satuan ke kanan, 5 satuan ke atas	(10, 2)	10 satuan ke kanan, 2 satuan ke atas	(9, 8)	9 satuan ke kanan, 8 satuan ke atas
Pemakaman	(–5, –2)	5 satuan ke kiri, 2 satuan ke bawah	(–1, –5)	1 satuan ke kiri, 5 satuan ke bawah	(–2, 1)	2 satuan ke kiri, 1 satuan ke bawah
pasar	(4, 3)	4 satuan ke kanan, 3 satuan ke atas	(10, 1)	11 satuan ke kanan, 1 satuan ke kiri	(10, 5)	10 satuan ke kanan, 5 satuan ke atas
Teka-teki	(–8, 5)	8 satuan ke kiri, 5 satuan ke atas	(–4, 2)	4 satuan ke kiri, 2 satuan ke kanan	(–5, 8)	5 satuan ke kiri, 8 satuan ke atas
Tenda 1	(2, 0)	2 satuan ke kanan	(6, –3)	6 satuan ke kanan, 3 satuan ke bawah	(5, 3)	5 satuan ke kanan, 3 satuan ke atas
Pos 1	(2, 5)	2 satuan ke kanan, 5 satuan ke atas	(6, 2)	6 satuan ke kanan, 2 satuan ke atas	(5, 8)	5 satuan ke kanan, 8 satuan ke atas

Setelah kalian mengamati denah perkemahan tersebut, coba lengkapilah tabel berikut ini

Tabel 2.4 Posisi tempat tertentu

No	Posisi dari titik asal (0, 0)		Posisi terhadap		
	Objek	**Koordinat**	**Tenda 1 (2, 0)**	**Pos 1 (2, 5)**	**Pasar (4, 3)**
1	Perumahan	(6, 5)	4 satuan ke kanan dan 5 satuan ke atas	4 satuan ke kanan dan 0 satuan ke atas	2 satuan ke kanan dan 2 satuan ke atas
2	Pemakaman	(−5, −2)	7 satuan ke kiri dan 2 satuan ke bawah	...	...
3	Pasar	(4, 3)	...	2 satuan ke kanan dan 2 satuan ke bawah	...
4	Hutan	(−8, 5)	...	...	10 satuan ke kiri dan 1 satuan ke bawah
5	Tenda 1	(2, 0)	...	...	...
6	Tenda 2	(0, 2)	...	...	...
7	Pos 1	(2, 5)	...	0 satuan ke kanan dan 0 satuan ke atas	...
8	Pos 2	(−4, 4)	...	...	...

Setelah kalian melengkapi **Tabel 2.4** di atas, coba sekarang cocokkan jawabanmu dengan teman sebangku, dan apabila ada perbedaan diskusikan.

Ayo Kita Berlatih 2.2

1. Gambar di atas menunjukkan aliran sungai yang melewati beberapa titik dalam bidang koordinat.
   a. Coba sebutkan 5 koordinat titik-titik yang dilalui oleh aliran sungai tersebut.
   b. Sebutkan titik-titik yang dilewati aliran sungai yang berada pada kuadran I, kuadran II, kuadran III, dan kuadran IV
   c. Sebutkan koordinat titik *A, B, C*, dan *D* terhadap titik *G*.
   d. Sebutkan koordinat titik *E, F, G*, dan *H* terhadap titik *J*.

2. Diketahui titik $P(4, -5)$ serta titik $Q(3, 2)$, $R(4, 7)$, $S(-5, 4)$, dan $T(-3, -6)$. Tentukan koordinat titik *Q, R, S*, dan *T* terhadap titik *P*.

3.

a. Tuliskan koordinat titik tersebut secara berurut dari titik 1 sampai dengan titik 7.
b. Tentukan aturan untuk mendapatkan koordinat titik berikutnya.
c. Tentukan koordinat ke-20 tanpa menghitung satu per satu tetapi menggunakan aturan nomor b.

4. Dalam sistem koordinat seekor lalat bergerak dari titik (0, 0) mengikuti pola: 1 satuan ke atas dan 1 satuan ke kiri, 1 satuan ke bawah dan 1 satuan ke kanan, 1 satuan ke atas dan 1 satuan ke kiri, 1 satuan ke bawah dan 1 satuan ke kanan, ... , ... , ... , ...

   Tentukan koordinat lalat setelah bergerak:

   a. 10 kali
   b. 20 kali
   c. 30 kali
   d. 50 kali

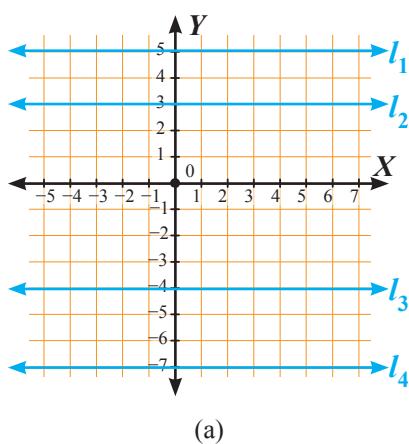
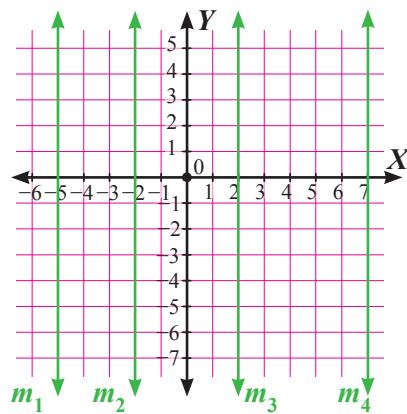
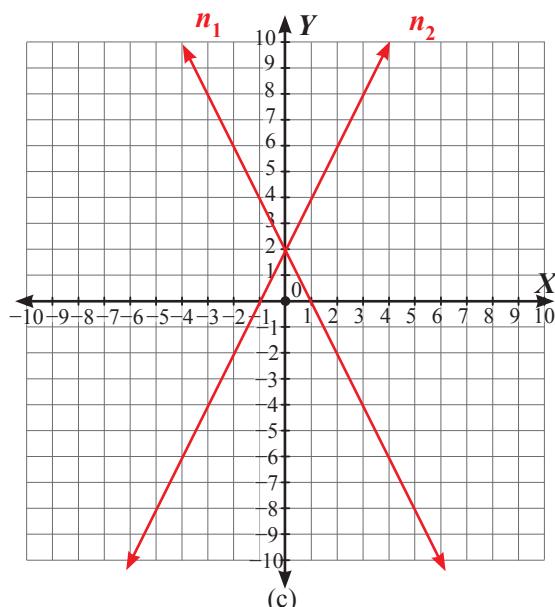
5. Gambarlah 4 titik *A, B, C*, dan *D* yang berjarak sama terhadap sumbu-*X* dan sumbu-*Y*.

6. Gambarlah 4 titik *P, Q, R*, dan *S* yang jaraknya terhadap sumbu-*X* dua kali jarak terhadap sumbu-*Y*.

7. Berapa banyak titik yang berjarak 3 satuan dari sumbu-*X* dan 5 satuan dari sumbu-*Y*?

8. Diketahui koordinat titik-titik $A(2, 3)$, $B(6, 3)$, $C(6, 5)$, dan $D(2, 5)$.
   a. Jika keempat titik tersebut dihubungkan, bangun apakah yang terbentuk?
   b. Diketahui koordinat titik $E(8, 3)$, $F(12, 3)$, dan $G(12, 5)$. Tentukan koordinat titik *H*, sehingga jika keempat titik tersebut dihubungkan akan membentuk persegi panjang.

9. Diketahui $K(2, 0)$, $L(4, -4)$, $M (6, 0)$. Tentukan titik *N*, sehingga jika keempat titik tersebut dihubungkan akan membentuk belahketupat.

10. Bagaimana cara menggambar
    a. empat titik yang berjarak sama dengan titik $A(3, -2)$?
    b. titik-titik yang memiliki jarak yang sama terhadap titik $P(1, -7)$ dan $Q(6, -2)$?

Kegiatan 2.3 Memahami Posisi Garis terhadap Sumbu-X dan Sumbu-X

Perhatikan garis l, garis m, dan garis n pada koordinat Kartesius di bawah ini terhadap sumbu-X dan sumbu-Y

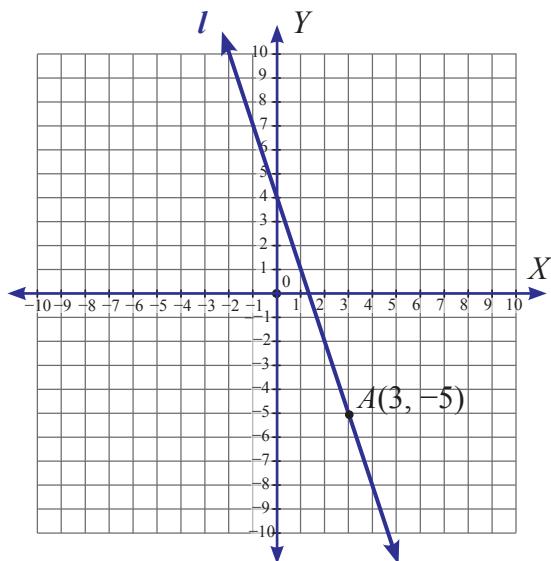
Gambar 2.8 Garis-garis pada bidang koordinat Kartesius

Berdasarkan **Gambar 2.8**, dapat ditulis beberapa garis sebagai berikut.

Tabel 2.5 Garis-garis yang sejajar, tegak lurus, dan memotong sumbu-X dan sumbu-Y

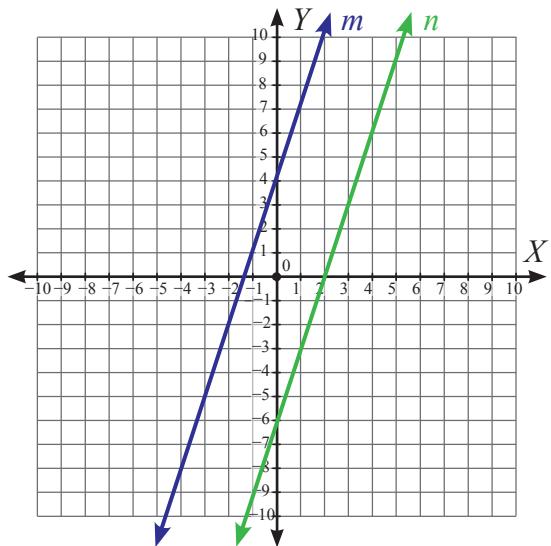
Gambar 2.8a		Gambar 2.8b		Gambar 2.8c
Garis-garis yang sejajar dengan sumbu-X	Garis-garis yang sejajar dengan sumbu-Y	Garis-garis yang tegak lurus dengan sumbu-X	Garis-garis yang tegak lurus dengan sumbu-Y	Garis-garis yang memotong sumbu-X dan sumbu-Y
l_1, l_2, l_3, l_4	m_1, m_2, m_3, m_4	m_1, m_2, m_3, m_4	l_1, l_2, l_3, l_4	n_1, n_2

Terkait dengan fokus pengamatan di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata "sumbu-X, sumbu-Y" serta "tegak lurus" dan "sejajar".

Agar kalian memahami lebih jauh tentang macam-macam garis pada bidang Kartesius, coba cermati contoh berikut ini.

Gambarlah garis l yang melalui titik $A(3, –5)$ yang tidak sejajar dengan sumbu-X dan tidak sejajar dengan sumbu-Y.

Gambar garis l yang melalui titik $A(3, –5)$ yang tidak sejajar dengan sumbu-X dan tidak sejajar dengan sumbu-Y adalah sebagai berikut.

Apakah masih ada garis lain yang yang melalui titik $A(3, -5)$ yang tidak sejajar pada sumbu-X dan tidak sejajar dengan sumbu-Y? Jika ada, berapa banyak garis lain yang melalui titik $A(3, -5)$ yang tidak sejajar pada sumbu-X dan tidak sejajar dengan sumbu-Y?

Gambar 2.9 Garis ***l*** pada bidang koordinat Kartesius

Contoh 2.2

Gambarlah garis m dan n yang saling sejajar tapi tidak tegak lurus dengan sumbu-X dan sumbu-Y.

Alternatif Penyelesaian

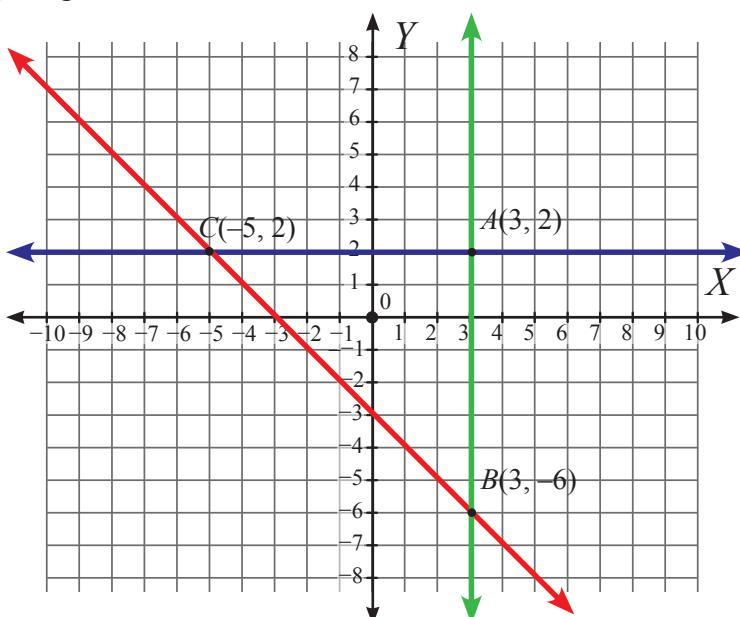
Berikut garis m dan n yang saling sejajar tapi tidak tegak lurus dengan sumbu-X dan sumbu-Y.

Gambar 2.10 Garis *m, n* pada bidang koordinat Kartesius

Diketahui titik $A(3, 2)$, $B(3, -6)$, dan $C(-5, 2)$.

a. Jika dibuat garis melalui titik A dan B, bagaimana kedudukan garis tersebut terhadap sumbu-X dan sumbu-Y
b. Jika dibuat garis melalui titik A dan C, bagaimana kedudukan garis tersebut terhadap sumbu-X dan sumbu-Y
c. Jika dibuat garis melalui titik B dan C, bagaimana kedudukan garis tersebut terhadap sumbu-X dan sumbu-Y

Untuk menyelesaikan pertanyaan tersebut, lakukan prosedur berikut.

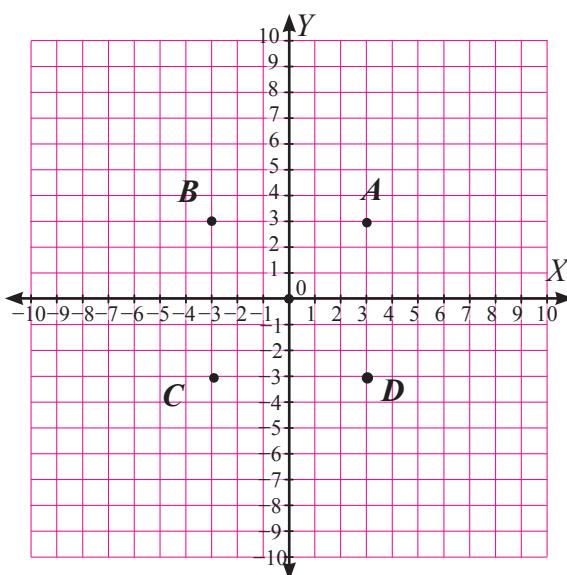
Langkah 1

Gambarlah bidang koordinat Kartesius yang memuat 4 kuadran.

Langkah 2

Gambarlah titik $A(3, 2)$, $B(3, –6)$, dan $C(–5, 2)$ pada bidang koordinat Kartesius

Langkah 3

Buatlah garis melalui titik A dan B, melalui titik A dan C, dan melalui titik B dan C seperti gambar berikut.

Gambar 2.11 Garis-garis pada bidang koordinat Kartesius

Langkah 4

Dari **Gambar 2.11** tersebut tampak bahwa:

a. Garis yang melalui titik A dan B tegak lurus pada sumbu-X dan sejajar sumbu-Y.

b. Garis yang melalui titik A dan C sejajar sumbu-X dan tegak lurus pada sumbu-Y.

c. Garis yang melalui titik B dan C tidak sejajar dan tidak tegak lurus pada sumbu-X dan sumbu-Y.

1. Perhatikan **Gambar 2.12** berikut.

Gambar 2.12 Titik-titik pada bidang koordinat Kartesius

a. Apakah ada garis melalui titik A yang tegak lurus dengan sumbu-X dan sejajar sumbu-Y? Jika ada tunjukkan dan jika tidak ada coba jelaskan alasannya.

b. Apakah ada garis melalui titik B yang tidak sejajar dengan sumbu-X dan tidak sejajar dengan sumbu-Y? Jika ada tunjukkan dan jika tidak ada, coba jelaskan alasannya.

c. Apakah ada garis yang melalui titik C dan sejajar sumbu-X sekaligus sejajar sumbu-Y? Jika ada tunjukkan dan jika tidak ada, coba jelaskan alasannya.

d. Apakah ada garis yang melalui titik D dan sejajar sumbu-X dan tegak lurus pada sumbu-Y? Jika ada tunjukkan dan jika tidak ada, coba jelaskan alasannya.

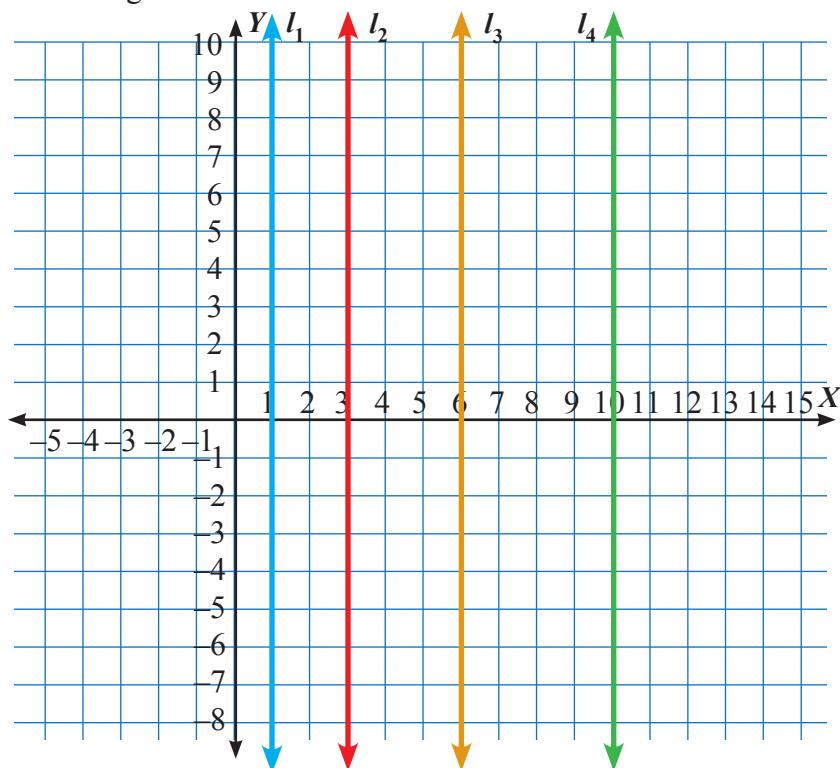
e. Apakah ada garis yang memotong sumbu-X dan sumbu-Y pada satu titik? Jika ada tunjukkan dan jika tidak ada coba jelaskan alasannya.

f. Jika titik A, B, C, dan D dihubungkan, bangun apakah yang terbentuk?

2. Apa kesimpulan kalian tentang:

   a. garis-garis yang sejajar dengan sumbu-X dan sumbu-Y?

   b. garis-garis tegak lurus dengan sumbu-X dan sumbu-Y?

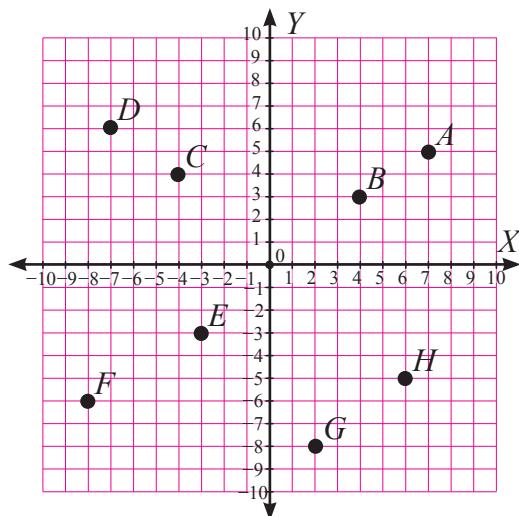
   c. garis-garis yang berpotongan dengan sumbu-X dan sumbu-Y?

1. Berdasarkan gambar yang sudah kalian hasilkan tadi, tukarkan dengan hasil temanmu, lalu bandingkanlah. Apakah ada yang berbeda? Jika ada coba diskusikan, mengapa terjadi perbedaan?
2. Apa kesimpulan kalian tentang garis-garis yang sejajar, tegak lurus, dan berpotongan dengan sumbu-X dan sumbu-Y pada bidang koordinat Kartesius?

1. Gambarlah garis l yang tegak lurus pada sumbu-X, berada di sebelah kanan dan berjarak 5 satuan dari sumbu-Y.
2. Gambarlah garis m yang tegak lurus pada sumbu-Y, berada di bawah dan berjarak 4 satuan dari sumbu-X.
3. Jika ada garis a melalui titik $B(4, 5)$ dan titik $C(4, –5)$, bagaimanakah kedudukan garis tersebut terhadap sumbu-X dan sumbu-Y?
4. Gambarlah garis k yang melalui titik $P(–3, –5)$ yang tidak sejajar sumbu-X dan sumbu-Y.
5. Apabila dua garis l dan m memotong sumbu-X dan sumbu-Y tidak tegak lurus, bagaimanakah posisi garis l terhadap garis m? Jelaskan kemungkinannya dan tunjukkan dengan gambar.
6. Perhatikan gambar berikut ini:

Diketahui garis l_1 melalui titik $A(1, 0)$, garis l_2 melalui titik $B(3, 0)$, garis l_3 melalui titik $C(6, 0)$, dan garis l_4 melalui titik $D(10, 0)$. Tentukan koordinat titik J pada garis l_{10}.

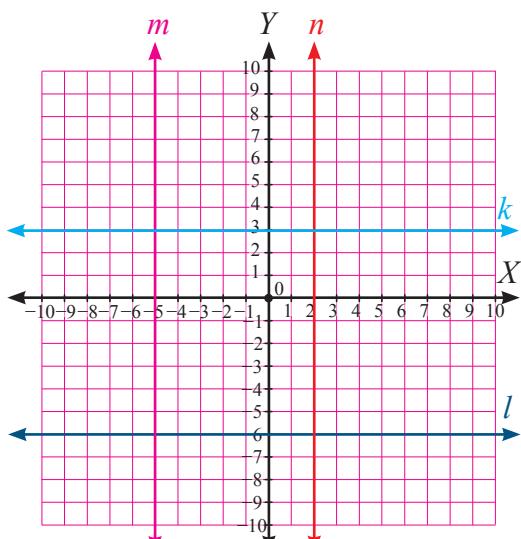
1. Bentuklah kelompok yang terdiri atas 3-4 siswa.
2. Carilah peta kota yang dilengkapi dengan tempat-tempat penting seperti rumah kalian, tempat ibadah, sekolah, puskesmas, pos kamling, toko, dan lain-lain. Tentukan suatu objek titik asal (0, 0).
3. Gambarkan dalam koordinat Kartesius.
4. Tentukan koordinat titik-titik yang menunjukkan lokasi tempat-tempat penting tersebut.
5. Tentukan koordinat titik-titik rumah kalian.
6. Buat laporan dan paparkan hasilnya.

Kalian telah selesai mempelajari koordinat Kartesius. Sekarang, coba selesaikanlah soal ini.

1. Bagaimana cara kalian menentukan jarak titik tertentu (a, b) dari sumbu-X dan sumbu-Y pada koordinat Kartesius?
2. Jika suatu garis sejajar dengan sumbu-X, bagaimana posisi garis tersebut terhadap sumbu-Y?
3. Jika suatu garis tegak lurus dengan sumbu-X, bagaimana posisi garis tersebut terhadap sumbu-Y?
4. Jika suatu garis memotong tidak tegak lurus sumbu-X, bagaimana perpotongan garis itu dengan sumbu-Y?

A. Pilihan Ganda

1. Diketahui titik *A*(3,1), *B*(3, 5), *C*(–2, 5). Jika ketiga titik tersebut dihubungkan akan membentuk
   A. segitiga sama sisi
   B. segitiga sama kaki
   C. segitiga siku-siku
   D. segitiga sembarang

2. Diketahui dalam koordinat Kartesius terdapat titik *P, Q*, dan *R*. Titik *P*(4, 6) dan titik *Q*(7, 1). Jika titik *P, Q*, dan *R* dihubungkan akan membentuk segitiga siku-siku, maka koordinat titik *R* adalah ....
   A. (6, 5)
   B. (4, 5)
   C. 6, 1)
   D. (4, 1)

Untuk pertanyaan nomor 3 – 10 perhatikan koordinat kartesius berikut ini

3. Koordinat titik *A* adalah ...
   A. (5, 7)
   B. (–5, 7)
   C. (7, 5)
   D. (7, –5)

4. Koordinat titik *C* adalah ....
   A. (4, 4)
   B. (–4, 4)
   C. (4, –4)
   D. (–4, –4)

5. Koordinat titik *F* adalah ....
   A. (8, 6)
   B. (8, –6)
   C. (6, –8)
   D. (–8, –6)

6. Koordinat titik *H* adalah ....
   A. (6, 5)
   B. (–6, 5)
   C. (6, –5)
   D. (–6, –5)

7. Titik-titik yang berjarak 3 satuan terhadap sumbu-*X* adalah ....
   A. Titik *B* dan *C*
   B. Titik *E* dan *G*
   C. Titik *B* dan *E*
   D. Titik *E* dan *G*

8. Titik-titik yang berjarak 4 satuan terhadap sumbu-Y adalah ....
   A. Titik *B* dan *C*
   B. Titik *E* dan *G*
   C. Titik *B* dan *E*
   D. Titik *E* dan *G*

9. Titik-titik yang ada di kuadran II adalah ....
   A. Titik *A* dan *B*
   B. Titik *C* dan *D*
   C. Titik *E* dan *F*
   D. Titik *G* dan *H*

10. Titik-titik yang ada di kuadran IV adalah ....
    A. Titik *A* dan *B*
    B. Titik *C* dan *D*
    C. Titik *E* dan *F*
    D. Titik *G* dan *H*

Untuk pertanyaan nomor 11 – 20, perhatikan koordinat Kartesius berikut.

11. Garis-garis yang sejajar dengan sumbu-X adalah ....
    A. garis m dan n
    B. garis m dan l
    C. garis k dan m
    D. garis k dan l

12. Garis-garis yang sejajar dengan sumbu-Y adalah ....
    A. garis m dan n
    B. garis m dan l
    C. garis k dan m
    D. garis k dan l

13. Garis m dan garis n adalah adalah dua garis yang ....
    A. Tegak lurus
    B. berimpit
    C. berpotongan
    D. sejajar

14. Garis n dan garis k adalah dua garis yang ....
    A. Tegak lurus
    B. berimpit
    C. berpotongan
    D. sejajar

15. Garis yang berada disebelah kanan sumbu-Y adalah ....
    A. garis m
    B. garis n
    C. garis k
    D. garis l

16. Garis yang berada di bawah sumbu-X adalah ....

   A. garis m

   B. garis n

   C. garis k

   D. garis l

17. Jarak garis m terhadap sumbu-Y adalah ....

   A. 2 satuan

   B. 3 satuan

   C. 4 satuan

   D. 5 satuan

18. Jarak garis k terhadap sumbu-X adalah ....

   A. 2 satuan

   B. 3 satuan

   C. 4 satuan

   D. 5 satuan

19. Koordinat titik potong garis m dan l adalah ....

   A. (2, 3)

   B. (–5, 3)

   C. (–5, –6)

   D. (2, –6)

20. Koordinat titik potong garis n dan l adalah ....

   A. (2, 3)

   B. (–5, 3)

   C. (–5, –6)

   D. (2, –6)

B. Esai

1. Gambarlah titik $A(1, -2)$, $B(-3, 6)$, $C(2, 8)$, dan $D(-1, -5)$ pada koordinat Kartesius.
    a. Tentukan titik-titik yang berada pada kuadran I, II, III, dan IV.
    b. Tentukan jarak setiap titik dengan sumbu-X.
    c. Tentukan jarak setiap titik dengan sumbu-Y.
2. Gambarlah titik $A(-4, 2)$, $B(-4, 9)$, $C(2, 2)$, dan $D(3, 9)$, pada koordinat Kartesius.
    a. Tentukan jarak setiap titik dengan sumbu-X.
    b. Tentukan jarak setiap titik dengan sumbu-Y.
    c. Tentukan jarak antara titik A dengan titik B.
    d. Tentukan jarak antara titik C dengan titik D.
3. Gambarlah 4 titik pada bidang koordinat yang berjarak sama terhadap titik $A(3, -6)$.
4. Ada berapa titik yang berjarak 5 dari sumbu-X dan 7 dari sumbu-Y? Tunjukkan titik-titik tersebut.
5. Gambarlah garis l melalui titik $P(-3, 5)$ yang sejajar dengan sumbu-X dan tegak lurus dengan sumbu-Y.
6. Gambarlah garis t yang melalui titik $D(-2, 5)$ yang tidak tegak lurus terhadap sumbu-X dan tidak tegak lurus terhadap sumbu-Y.
7. Gambarlah 4 titik yang memiliki jarak yang sama terhadap garis yang melalui titik $A(4, -2)$ dan $B(-2, 6)$ dan tentukan koordinat dari keempat titik tersebut.
8. Gambarlah 3 garis yang berpotongan dengan sumbu-X dan sumbu-Y dan melalui titik $Q(2, 7)$.
9. Jika garis k sejajar dengan garis m, dan keduanya tegak lurus terhadap sumbu-Y, apakah kedua garis tersebut memiliki jarak yang sama dengan sumbu-X? Jelaskan penyelesaianmu.
10. Gambarlah dua garis yang saling tegak lurus, tapi tidak sejajar dengan sumbu-X dan sumbu-Y. Kemudian hubungkan beberapa titik yang melalui kedua garis tersebut dan membentuk bangun datar. Ada berapa banyak bangun datar yang kalian temukan?

Bab 3

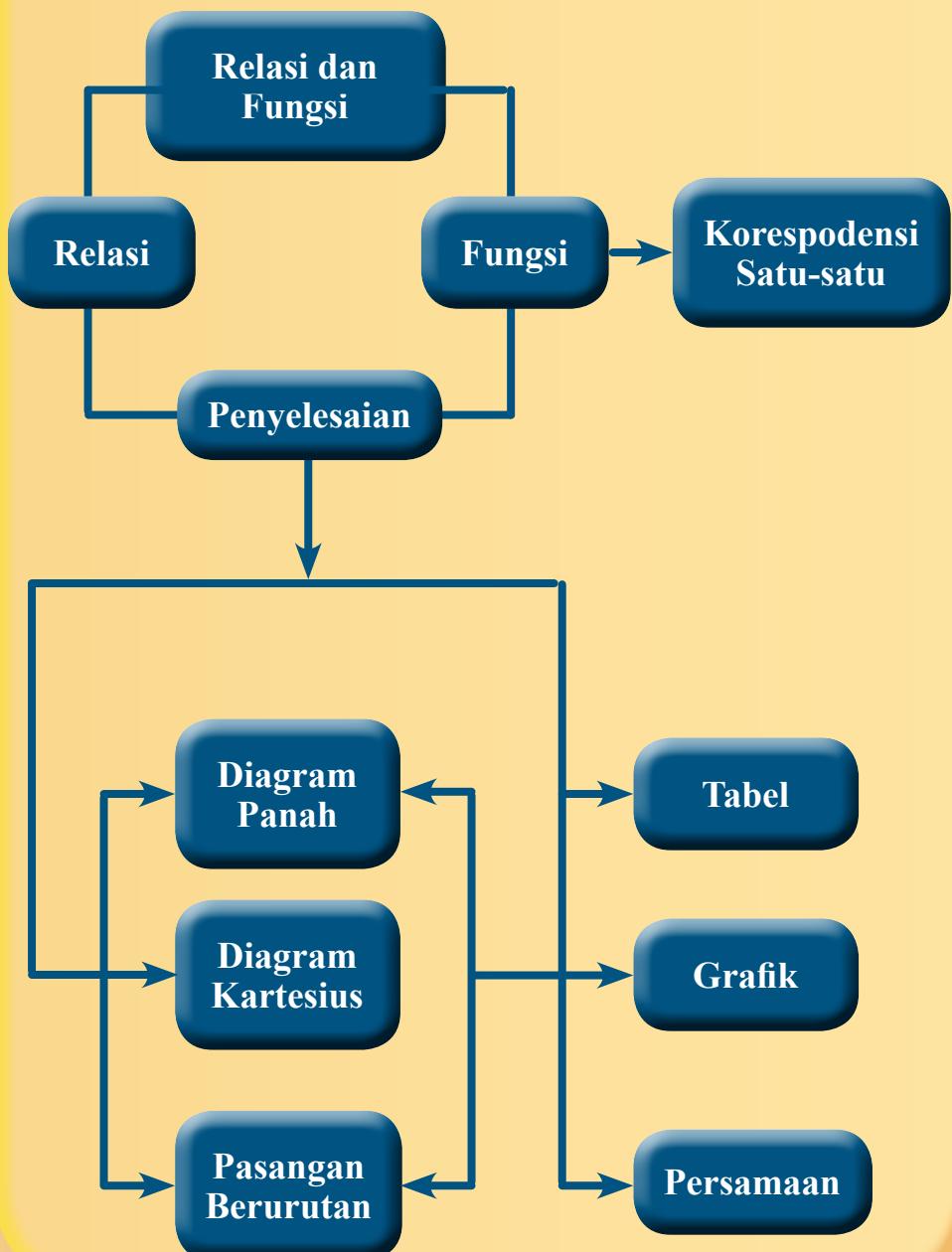
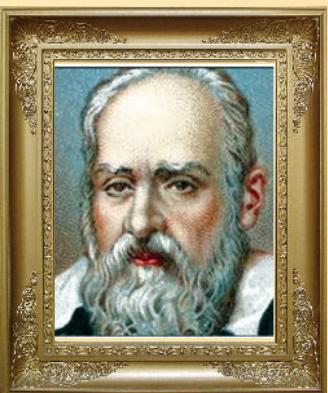
Relasi dan Fungsi

Sumber: mtsraudlatul-hasanah.blogspot.co.id

Perhatikan gambar sekelompok siswa yang sedang belajar di kelas. Setiap siswa menempati kursinya masing-masing. Tidak ada seorang siswa menempati lebih dari satu kursi. Akan tetapi satu kursi panjang dapat ditempati oleh lebih dari satu siswa. Dengan demikian, ada keterkaitan antara siswa dengan kursi yang ditempati. Menurut kalian, apakah hal ini termasuk relasi atau mungkin sudah merupakan fungsi?

Kalian akan mengetahui keterkaitan antara siswa dengan kursi yang ditempati apabila kalian mempelajari konsep relasi dan fungsi ini, karena pada konsep relasi dan fungsi ini akan disajikan tentang hubungan antara dua himpunan Selamat melakukan aktivitas pembelajaran.

Kata Kunci

- *Himpunan*
- *Relasi*
- *Diagram panah*
- *Tabel*
- *Fungsi*
- *Grafik*
- *Himpunan pasangan berurutan*
- *Korespondensi satu-satu*

Kompetensi Dasar

3.3 *Mendeskripsikan dan menyatakan relasi dan fungsi dengan menggunakan berbagai representasi* (*kata-kata, tabel, grafik, diagram, dan persamaan*).

4.3 *Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan relasi dan fungsi dengan menggunakan berbagai representasi.*

Pengalaman Belajar

1. *Menjelaskan dengan kata-kata dan menyatakan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan relasi dan fungsi.*
2. *Mendefinisikan relasi dan fungsi.*
3. *Memahami perbedaan antara relasi dan bukan relasi.*
4. *Mengamati fungsi dan bukan fungsi.*
5. *Memahami bentuk penyajian relasi dan fungsi.*
6. *Menggambar grafik fungsi pada koordinat Kartesius.*

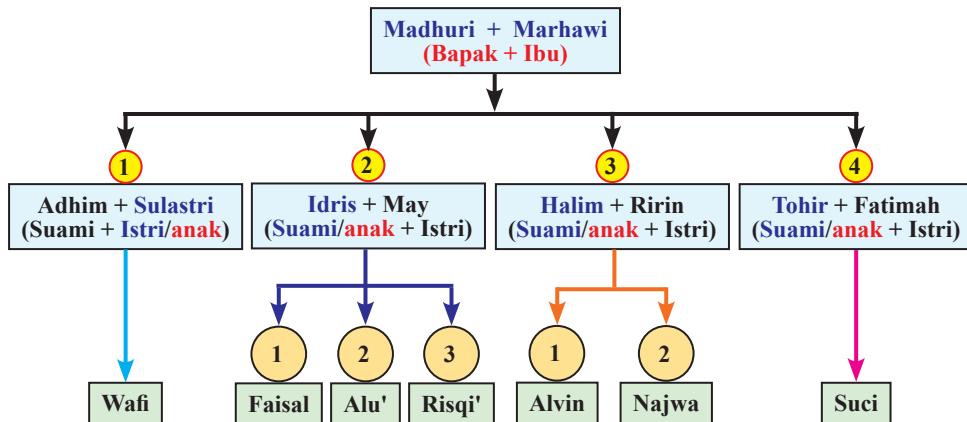
Peta Konsep
Relasi dan Fungsi
Relasi
Fungsi
Korespodensi Satu-satu
Penyelesaian
Diagram Panah
Diagram Kartesius
Pasangan Berurutan
Tabel
Grafik
Persamaan

Galileo
(1564 - 1642)

Galileo

Galileo dipandang sebagai salah seorang pakar awal tentang Fungsi. Karyanya juga menunjukkan bahwa beliau orang yang mula-mula mengangkat konsep pemetaan antar-himpunan. Pada tahun 1638, beliau mempelajari masalah tentang dua lingkaran konsentris (memiliki pusat yang sama) dengan pusat di O. Diameter lingkaran pertama dua kali lebih panjang dari diameter lingkaran kedua.

Secara kasat mata, banyaknya titik pada lingkaran pertama mestinya lebih banyak bahkan mungkin dua kali lebih banyak dari banyaknya titik pada lingkaran kedua. Tapi, dia mampu membuat pemetaan atau fungsi yang menunjukkan bahwa banyaknya titik pada kedua lingkaran itu sama.

Galileo termasuk orang yang tidak mau begitu saja menerima suatu kenyataan. Dia selalu mempertanyakan kebenaran suatu fenomena. Dia berani mengambil sikap yang berlainan dengan sikap kebanyakan orang pada zamannya. Bahkan, dia juga berani berbeda pendapat dengan para pemimpin yang berkuasa. Dia mengenalkan teori heliosentrisnya yang mengatakan bumilah yang mengitari matahari, bukan matahari yang mengitari bumi. Sayangnya, dia tidak mampu meyakinkan secara ilmiah kebenaran pendapatnya sehingga dia dihukum.

Beberapa hikmah yang mungkin bisa kita petik antara lain sebagai berikut:

1. Kita harus jeli melakukan pengamatan terhadap fenomena yang ada di sekitar kita.
2. Kita harus mau dan mampu mempertanyakan kebenaran fenomena yang ada. Kita tidak boleh hanya diam diri menerima kenyataan yang ada. Kita harus membiasakan diri kita untuk selalu menanya, misalnya: “Mengapa begini? Mengapa bukan begitu? Kalau dikondisikan begini, apa jadinya? Bagaimana kalau dibuat begini? Apa yang terjadi kalau diubah bagian ini?"
3. Kita harus teguh pada pendirian, kalau diyakini itu memang benar, tak terbantahkan. Tetapi, kita harus tetap terbuka dengan segala kritik dan saran demi perbaikan kesimpulan kita.
4. Kalau kita ingin selamat, di samping pandai, kita juga harus pintar mengomunikasikan ide dengan justifikasi yang lengkap, serta dilakukan secara sopan, santun, dan meyakinkan.

Memahami Relasi

Bisakah kalian memahami bagan silsilah keluarga berikut?

Gambar 3.1 Bagan silsilah keluarga

Gambar 3.1 menunjukkan silsilah keluarga Bapak Madhuri dan Ibu Marhawi. Tanda panah menunjukkan hubungan "mempunyai anak". Empat anak Pak Madhuri dan Bu Marhawi adalah Sulastri, Idris, Halim, dan Tohir.

Jika anak-anak Pak Madhuri dan Bu Marhawi dikelompokkan menjadi satu dalam himpunan A, maka anggota himpunan A adalah Sulastri, Idris, Halim, dan Tohir.

$$A = \{\text{Sulastri, Idris, Halim, Tohir}\}$$

Sedangkan cucu-cucu dari Pak Madhuri dan Bu Marhawi dapat dikelompokkan dalam himpunan B, maka anggota himpunan B adalah Wafi, Faisal, Alu', Risqi', Alvin, Najwa, dan Suci.

$$B = \{\text{Wafi, Faisal, Alu', Risqi, Alvin, Najwa, Suci}\}$$

Hubungan anggota himpunan B ke anggota himpunan A memiliki hubungan keluarga (relasi) "anak dari". Sedangkan hubungan anggota himpunan B dengan Pak Madhuri dan Bu Marhawi memiliki relasi "cucu dari".

Kedua bentuk hubungan yang telah diuraikan, merupakan salah satu bentuk hubungan yang dapat dibuat. Coba sekarang kalian temukan bentuk-bentuk hubungan yang mungkin dari silsilah keluarga dari **Gambar 3.1**.

Untuk mengetahui hubungan atau relasi antara dua himpunan, lakukan kegiatan berikut.

Kegiatan 3.1 — *Memahami Bentuk Penyajian Relasi*

Masalah 3.1

Perhatikan sekelompok siswa yang sedang menerima pelajaran di suatu kelas. Setiap siswa menempati kursinya masing-masing. Tidak ada seorang siswa menempati lebih dari satu kursi. Akan tetapi satu kursi panjang dapat ditempati oleh lebih dari satu siswa. Dengan demikian, ada keterkaitan antara siswa dengan kursi yang ditempati. Menurut kalian, apakah hal ini termasuk relasi atau fungsi?

Sumber: mtsraudlatul-hasanah.blogspot.co.id/

Gambar 3.2 Sekelompok siswa di kelas

Masalah 3.2

Abdur sedang berulang tahun yang ke-13. Ia mengajak teman-temannya yaitu Ahmad, Rahmat, Herman, dan Zaini pergi ke rumah makan “Pak As’ari”.

Menu yang disediakan oleh rumah makan “Pak As’ari” adalah soto, rawon, bakso, nasi goreng, rujak cingur, dan sate.

Sumber: Kemdikbud

Gambar 3.3 Menu Rumah Makan

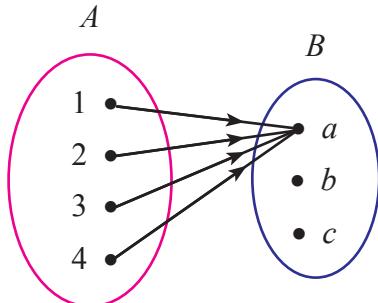
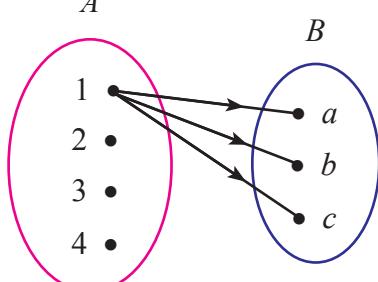
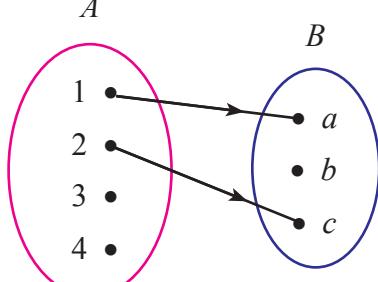
Dari menu tersebut ternyata tiap-tiap anak tidak sama menu favoritnya.

a. Abdur suka “soto dan rawon”, tetapi kali ini ia memesan rawon.
b. Ahmad suka “bakso, rujak cingur, dan sate”, tetapi kali ini ia memesan rujak cingur.
c. Rahmat suka “sate dan nasi goreng” tetapi makanan yang dipesannya adalah nasi goreng.
d. Herman memesan bakso, walaupun sebenarnya ia suka “bakso, soto dan rawon”.
e. Zaini suka “soto dan nasi goreng”, tetapi kali ini ia memesan soto

Bentuk hubungan apa sajakah yang dapat dibuat?
Bagaimana cara mengetahui dengan pasti bentuk hubungan tersebut?

Sumber: Kemdikbud
Gambar 3.4 Siswa sedang bermain basket

Pak Azid sedang mendampigi siswanya untuk bermain basket di halaman sekolah. Di antara siswa yang didampingi ada lima siswa yang mempunyai kegemaran berolahraga berbeda-beda, yaitu Abdur, Ahmad, Rahmat, Herman, dan Zaini. Abdur gemar berolahraga basket. Ahmad gemar berolahraga basket dan karate. Rahmat gemar berolahraga badminton dan renang. Sedangkan Herman dan Zaini mempunyai kegemaran berolahraga yang sama yaitu basket dan badminton.

Bagaimanakah cara menyajikan **Masalah 3.3** ini?

Ketiga masalah tersebut dapat disajikan dalam bentuk relasi. Sedangkan relasi dapat dinyatakan dengan tiga cara, yaitu diagram panah, diagram Kartesius, dan himpunan pasangan berurutan. Sebelum menyajikan ketiga cara tersebut, sebaiknya terlebih dulu kita lakukan kegiatan berikut ini.

Diketahui himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan himpunan $B = \{a, b, c\}$. Pada **Tabel 3.1** ditunjukkan hubungan dari himpunan A ke himpunan B yang dinyatakan dalam bentuk diagram dan himpunan pasangan berurutan. Kedua bentuk itu merupakan relasi.

Tabel 3.1 Memahami Relasi

No.	Diagram Panah	Himpunan Pasangan Berurutan
1.	A: 1, 2, 3, 4; B: a, b, c; 1 → a, 2 → a, 3 → a, 4 → a	$\{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$
2.	A: 1, 2, 3, 4; B: a, b, c; 1 → a, 1 → b, 1 → c	$\{(1, a), (1, b), (1, c)\}$
3.	A: 1, 2, 3, 4; B: a, b, c; 1 → a, 2 → c	$\{(1, a), (2, c)\}$

No.	Diagram Panah	Himpunan Pasangan Berurutan
4.	A: 1, 2, 3, 4 B: a, b, c	{(3, b), (3, c), (4, c)}
5.	A: 1, 2, 3, 4 B: a, b, c	{(2, c), (3, c), (4, b), (4, c)}
6.	A: 1, 2, 3, 4 B: a, b, c	{(4, a), (4, b), (4, c)}
7.	A: 1, 2, 3, 4 B: a, b, c	{(2, b)}

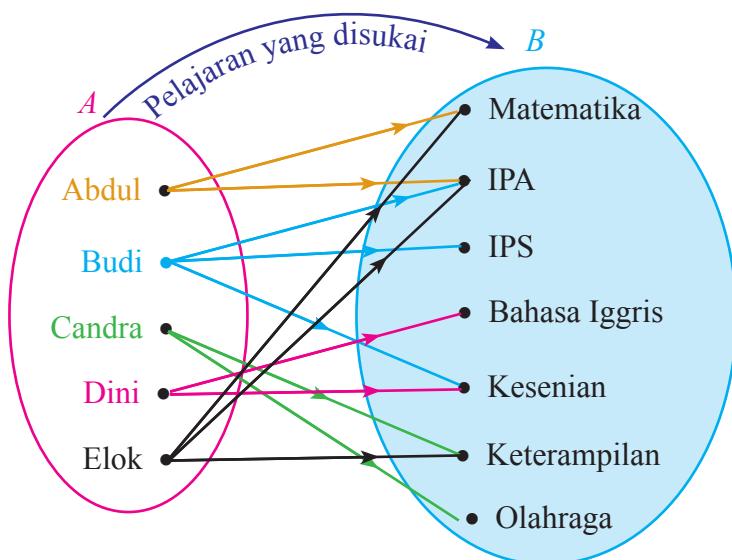
No.	Diagram Panah	Himpunan Pasangan Berurutan
8.	*A*: 1, 2, 3, 4 *B*: *a*, *b*, *c*	{ }

Terkait dengan fokus perhatian pada **Tabel 3.1**, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut: "aturan" atau "relasi"

Contoh pertanyaan :

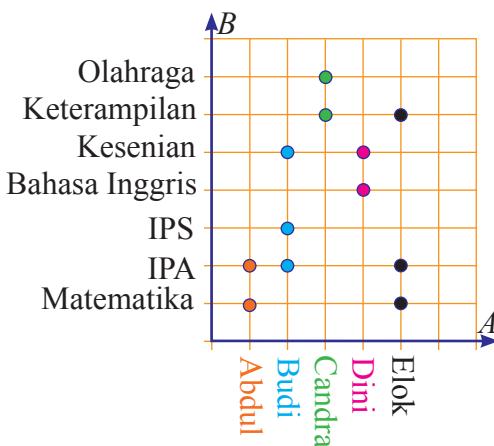
1. Mengapa semua contoh pada **Tabel 3.1** dikatakan relasi?
2. Apakah ada contoh yang bukan merupakan relasi?

Marilah kita perhatikan cara-cara menyajikan relasi yang biasa digunakan di dalam Matematika.

Hasil pengambilan data mengenai pelajaran yang disukai oleh lima siswa kelas VIII diperoleh seperti pada tabel berikut.

Tabel 3.2 Data pelajaran yang disukai siswa kelas VIII

Nama Siswa	Pelajaran yang Disukai
Abdul	Matematika, IPA
Budi	IPA, IPS, Kesenian
Candra	Olahraga, Keterampilan
Dini	Kesenian, Bahasa Inggris
Elok	Matematika, IPA, Keterampilan

Permasalahan pada **Tabel 3.1** di atas dapat dinyatakan dengan diagram panah, diagram Kartesius, dan himpunan pasangan berurutan seperti berikut ini.
Misalkan A = {Abdul, Budi, Candra, Dini, Elok}, B = {Matematika, IPA, IPS, Bahasa Inggris, Kesenian, Keterampilan, Olahraga}, dan "pelajaran yang disukai" adalah relasi yang menghubungkan himpunan A ke himpunan B.

Cara 1: Diagram Panah

Gambar 3.5 menunjukkan relasi "pelajaran yang disukai" dari himpunan A ke himpunan B. Arah panah menunjukkan anggota-anggota himpunan A yang berelasi dengan anggota-anggota tertentu pada himpunan B.

Gambar 3.5 Diagram panah kesukaan

Cara 2: Diagram Kartesius

Cara yang kedua untuk menyatakan relasi antara himpunan *A* dan *B* adalah menggunakan diagram Kartesius. Anggota-anggota himpunan *A* berada pada sumbu mendatar dan anggota-anggota himpunan *B* berada pada sumbu tegak. Setiap pasangan anggota himpunan *A* yang berelasi dengan anggota himpunan *B* dinyatakan dengan titik atau noktah. **Gambar 3.6** menunjukkan diagram Kartesius dari relasi "pelajaran yang disukai" dari data pada tabel 3.2.

Gambar 3.6 Diagram Kartesius kesukaan

Cara 3: Himpunan Pasangan Berurutan

Apabila data pada **Tabel 3.2** dinyatakan dengan pasangan berurutan, maka dapat ditulis sebagai berikut.

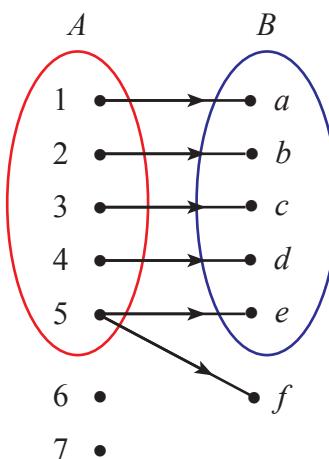
Himpunan pasangan berurutan dari himpunan *A* ke himpunan *B* adalah

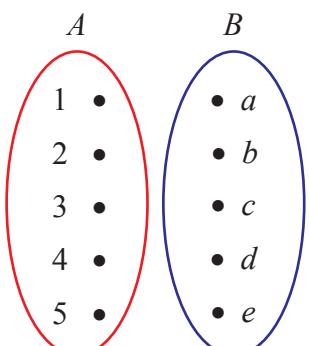
{(Abdul, Matematika), (Abdul, IPA), (Budi, IPA), (Budi, IPS), (Budi, Kesenian), (Candra, Keterampilan), (Candra, Olahraga), (Dini, Bahasa Inggris), (Dini, Kesenian), (Elok, Matematika), (Elok, IPA), (Elok, Keterampilan)}

Uraian di atas menunjukkan macam-macam cara yang bisa digunakan untuk menyatakan relasi dari himpunan *A* ke himpunan *B*.

1. Perhatikan kembali **Tabel 3.1**.

a. Nyatakan relasi dari himpunan *A* ke himpunan *B* dalam bentuk diagram Kartesius. Kemudian bandingkan ketiga bentuk tersebut. Apa yang dapat kalian simpulkan?

b. Kemudian, bandingkan kedelapan contoh relasi tersebut dengan kedelapan contoh bukan relasi yang ditunjukkan pada **Tabel 3.3** berikut.

Tabel 3.3 Contoh relasi dan bukan relasi

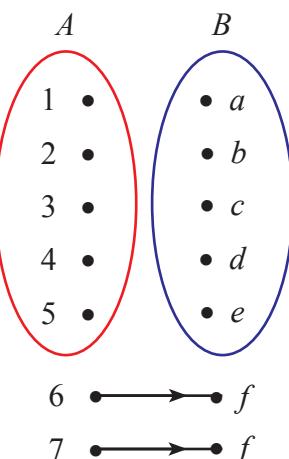
Contoh Relasi	Contoh Bukan Relasi
1. $\{(1, a); (2, a); (3, a); (4, a)\}$	1. $\{(1, d); (2, 2)\}$
2. $\{(1, a); (1, b); (1, c)\}$	2. $\{(5, a)\}$
3. $\{(1, a); (2, c)\}$	3. $\{(1, 1); (2, 2); (3, 3); (4, 4)\}$
4. $\{(3, b); (3, c); (4, c)\}$	4. $\{(a, a); (b, b); (c, a); (c, c)\}$
5. $\{(2, c); (3, c); (4, b); (4, c)\}$	5. $\{(1, 2); (3, 4); (4, 5)\}$
6. $\{(4, a); (4, b); (4, c)\}$	6. $\{(a, 1); (b, 1); (c, 3); (d, 4)\}$
7. $\{(2, b)\}$	7. $\{(5, a); (6, b); (7, b); (8, c); (9, c)\}$
8. $\{\ \}$	8. $\{(1, d); (2, e); (3, f)\}$

Coba kita pusatkan perhatian kita kepada empat hal berikut.

a. Apakah anggota himpunan A selalu dipasangkan dengan anggota himpunan B?

b. Perhatikan contoh relasi nomor 8. Mengapa nomor 8 termasuk contoh relasi? Jelaskan.

c. Perhatikan contoh bukan relasi. Mengapa semua contoh tersebut bukan termasuk relasi? Jelaskan.

d. Simpulkan apa yang dimaksud dengan relasi?

2. Setelah kalian melakukan kegiatan pengamatan pada **Tabel 3.1** dan telah mendiskusikan masalah nomor 1 di atas, coba sekarang terapkan pemahaman kalian terhadapat kasus berikut.

Perhatikan ketiga diagram berikut ini.

Gambar 3.7 Diagram dari himpunan A ke himpunan B

Apakah ketiga diagram itu termasuk relasi? Jelaskan.

Jika termasuk relasi, nyatakan diagram tersebut dalam himpunan pasangan berurutan dan diagram kartesius.

Setelah selesai menjawab, tukarkan hasil jawaban kalian dengan kelompok yang lain. Kemudian bandingkan hasil jawabannya, diskusikan dengan kelompok tersebut.

Tulislah simpulan kalian pada lembar kerja/buku tulis yang sudah kalian sediakan.

Kembali ke permasalahan semula (**Masalah 3.1**, **3.2**, dan **3.3**), yaitu menentukan bentuk hubungan apa sajakah yang dapat dibuat dan bagaimana cara menyajikannya.

Perhatikan kembali Masalah **3.2**

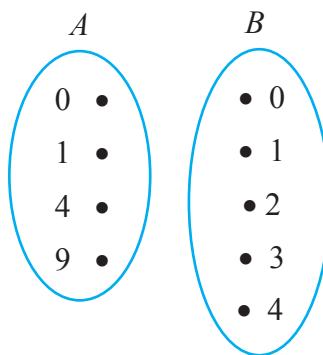
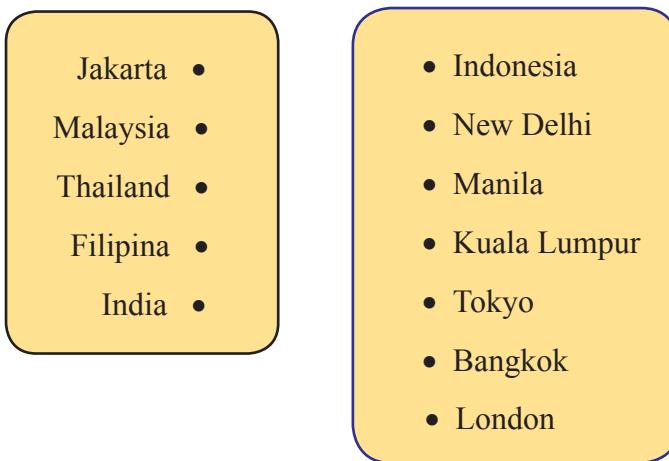
Pada **Masalah 3.2** kalian dapat membuat relasi antara dua himpunan, yaitu sebagai berikut.

Misalkan

- Himpunan P adalah himpunan yang beranggotakan: Abdur, Ahmad, Taufiq, Erik, dan Zainul.
- Himpunan Q adalah himpunan makanan yang beranggotakan: soto, rawon, bakso, nasi goreng, rujak cingur, dan sate yang disediakan oleh rumah makan "Pak As'ari" tersebut.

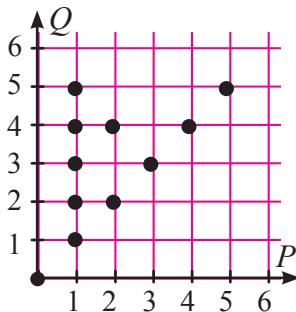
Pada **Masalah 3.2** ini kita dapat membuat dua macam relasi dengan aturan yang berbeda, yaitu *makanan kesukaannya* dan *makanan pesanannya*

1. Relasi dengan aturan "*makanan kesukaannya*" sebagai berikut.
   a. Abdur suka "soto dan rawon".
   b. Ahmad suka "bakso, rujak cingur, dan sate".
   c. Rahmat suka "sate dan nasi goreng".
   d. Herman suka "bakso, soto dan rawon".
   e. Zaini suka "soto dan nasi goreng".
2. Relasi dengan aturan " *makanan pesanannya*" sebagai berikut.
   a. Abdur memesan "rawon".
   b. Ahmad memesan "rujak cingur".
   c. Rahmat memesan "nasi goreng".
   d. Herman memesan "bakso".
   e. Zaini memesan "soto".

Untuk menguji pemahaman kalian tentang cara menyatakan relasi dengan ketiga cara yang telah dipelajari, silakan kalian nyatakan relasi dari himpunan P ke himpunan Q tersebut untuk kedua aturan, yaitu aturan "*makanan kesukaannya"* maupun aturan "*makanan pesanannya"*.

Cobalah selesaikan juga masalah yang terdapat pada ***Masalah*** **3.1** *dan* **3.3**.

Kerjakan soal-soal berikut

1. Relasi yang dapat dibuat dari himpunan $A = \{4, 9, 16, 25\}$ ke $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ adalah....
   a. “kurang dari”
   b. “akar dari”
   c. “kelipatan dari”
   d. “kuadrat dari”

2. Tentukan aturan relasi yang mungkin dari himpunan P ke himpunan Q jika diketahui himpunan $P = \{2, 3, 4, 6, 8, 10\}$ dan himpunan $Q = \{1, 2, 3, 5\}$, serta himpunan pasangan berurutannya adalah $\{(2, 1), (4, 2), (6, 3), (10, 5)\}$.

3. Dari diagram di bawah, tentukan aturan relasinya yang mungkin.

4. Perhatikan dua himpunan berikut.

Jakarta •
Malaysia •
Thailand •
Filipina •
India •

• Indonesia
• New Delhi
• Manila
• Kuala Lumpur
• Tokyo
• Bangkok
• London

a. Buatlah nama relasi yang mungkin antara kedua himpunan itu.

b. Gambarlah diagram panah dari setiap anggota himpunan A ke setiap anggota himpunan B sesuai dengan relasi yang telah kamu buat.

5. Buatlah diagram Kartesius dari relasi "satu lebihnya dari" himpunan {2, 3, 5, 9, 12} ke himpunan {1, 4, 7, 10, 13}.

6. Diketahui A = {2, 6, 8, 9, 15, 17, 21} dan B = {3, 4, 5, 7}. Nyatakanlah hubungan dari himpunan A ke himpunan B sebagai relasi *kelipatan dari* dengan menggunakan diagram panah.

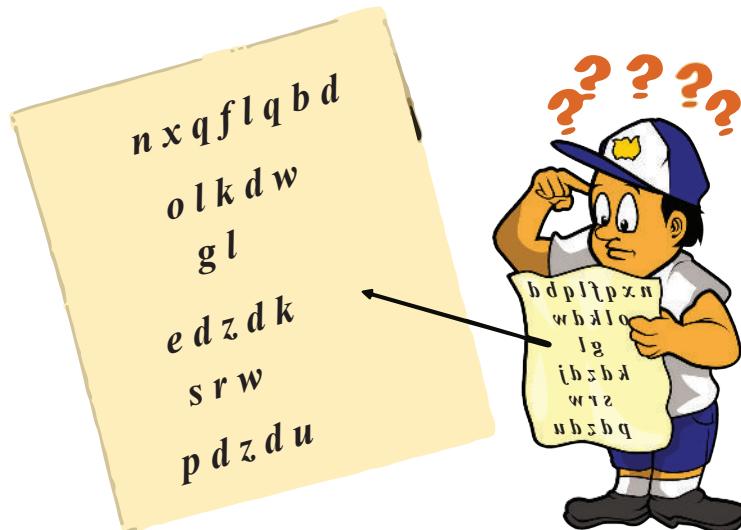
7. Buatlah diagram panah dari relasi *tiga kalinya dari* himpunan K = {6, 9, 15, 21, 24, 27} ke himunan L = {2, 3, 5, 8, 9}

8. Diketahui himpunan P = {1, 2, 3, 4, 5, 6} dan himpunan Q = {3, 4, 5, 6, 8}. Nyatakanlah relasi "faktor dari" dari himpunan P ke himpunan Q dalam bentuk himpunan pasangan berurutan.

9. Diketahui dua himpunan

   A = {0, 1, 2, 3} dan B = {0, 2, 4, 6, 8}.

   Tuliskan relasi yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B sebanyak mungkin yang dapat kalian temukan dan nyatakan dengan 3 cara yang telah kalian pelajari.

10. Perhatikan gambar berikut.

Tentukan relasi yang memenuhi dari diagram tersebut, kemudian nyatakan dalam diagram panah dan himpunan pasangan berurutan.

11. $A = \{3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ dan relasi dari A ke B menyatakan “kurang dari“. Nyatakan relasi tersebut dalam:

    a. diagram panah
    b. himpunan pasangan berurutan, dan
    c. diagram Kartesius

12. Sajikan relasi “akar dari” dari himpunan $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ke himpunan $Q = \{1, 2, 4, 9, 12, 16, 20, 25, 36, 49\}$ dalam:

    a. diagram panah;
    b. diagram Kartesius, dan
    c. himpunan pasangan berurutan.

13. Pada akhir ulangan semester, diperoleh nilai rata-rata siswa dalam 8 mata pelajaran, yaitu Matematika, IPA, PPKn, IPS, Bahasa Indonesia, Bahasa Inggris, Olahraga, dan Seni Budaya dengan nilai rata-rata berturut-turut 7, 6, 9, 7, 9, 8, 7, dan 8. Jika A adalah himpunan mata pelajaran dan B adalah himpunan nilai rata-rata, tentukanlah:

    a. diagram panahnya.
    b. tiga mata pelajaran yang mempunyai nilai sama.

14. Pak Idris mempunyai tiga orang anak, bernama Faisal, Alu’ dan Risqi. Pak Sugandar mempunyai dua orang anak, bernama Sunaida dan Firman. Pak Adhim mempunyai seorang anak yang bernama Wafi. Nyatakan dalam diagram panah, relasi "ayah dari" dari himpunan ayah ke himpunan anak.

15. Diketahui enam orang anak di kelas VIII SMP Palangkaraya, yaitu Dina, Alfa, Sita, Bima, Doni, dan Rudi. Mereka mempunyai ukuran sepatu yang berbeda-beda. Dina dan Sita mempunyai ukuran sepatu yang sama yaitu nomor 38. Alfa mempunyai ukuran sepatu 37. Bima mempunyai ukuran sepatu nomor 40. Sedangkan Doni dan Rudi mempunyai ukuran sepatu yang sama yaitu 39.

    a. Gambarlah diagram panah yang menghubungkan nama anak di kelas VIII SMP Palangkaraya dengan ukuran sepatunya.
    b. Gambarlah relasi tersebut dengan menggunakan koordinat Kartesius.
    c. Tulislah semua pasangan berurutan yang menyatakan relasi tersebut.

Karateristik Fungsi

Dapatkah kalian memahami pesan berikut?

Gambar 3.8 Membaca Sandi

Tanpa mengetahui kode sandinya, pesan di atas tentu tidak bisa dimengerti. Lain halnya jika kita punya kode pesan sebagai berikut.

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*	*L*	*M*	*N*	*O*	*P*	*Q*	*R*	*S*	*T*	*U*	*V*	*W*	*X*	*Y*	*Z*
d	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	*k*	*l*	*m*	*n*	*o*	*p*	*q*	*r*	*s*	*t*	*u*	*v*	*w*	*x*	*y*	*z*	*a*	*b*	*c*

Artinya huruf *A* di tulis sebagai *d*, huruf *B* ditulis sebagai *e*, huruf *C* ditulis sebagai *f* dan seterusnya, maka sandi-sandi di atas artinya adalah:

KUNCINYA LIHAT DI BAWAH POT MAWAR

Sekarang pesan itu memiliki makna yang jelas.

Dalam kehidupan sehari-hari, seseorang kadangkala merahasiakan pesan yang ingin disampaikan. Dia tidak ingin pesannya dengan mudah bisa dibaca oleh orang lain, apalagi oleh orang yang tidak diinginkan.

Untuk mengetahui lebih dalam tentang karakterikstik fungsi dan memahami tentang ciri-ciri fungsi, lakukan kegiatan berikut.

Kegiatan 3.2 *Memahami Ciri-ciri Fungsi*

Fungsi merupakan salah satu konsep penting dalam matematika. Dengan mengenali fungsi atau hubungan fungsional antar unsur-unsur matematika, kita bisa lebih mudah memahami suatu permasalahan, dan menyelesaikannya. Oleh karena itu, memahami fungsi merupakan hal yang sangat diharapkan dalam belajar matematika.

Pertama kali, mari kita pelajari ciri-ciri dari suatu fungsi.

Perhatikan aturan membuat sandi sebagai berikut.

Aturan 1:

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*	*L*	*M*	*N*	*O*	*P*	*Q*	*R*	*S*	*T*	*U*	*V*	*W*	*X*	*Y*	*Z*
d	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	*k*	*l*	*m*	*n*	*o*	*p*	*q*	*r*	*s*	*t*	*u*	*v*	*w*	*x*	*y*	*z*	*a*	*b*	*c*

Aturan 2:

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*	*L*	*M*	*N*	*O*	*P*	*Q*	*R*	*S*	*T*	*U*	*V*	*W*	*X*	*Y*	*Z*
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*a*

Aturan 3:

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*	*L*	*M*	*N*	*O*	*P*	*Q*	*R*	*S*	*T*	*U*	*V*	*W*	*X*	*Y*	*Z*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6

Aturan 4:

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*	*L*	*M*	*N*	*O*	*P*	*Q*	*R*	*S*	*T*	*U*	*V*	*W*	*X*	*Y*	*Z*
z	*y*	*x*	*w*	*v*	*u*	*t*	*s*	*r*	*q*	*p*	*o*	*n*	*m*	*l*	*k*	*j*	*i*	*h*	*g*	*f*	*e*	*d*	*c*	*b*	*a*

Perhatikan pula kata-kata berikut.

1. Selidiki
2. Siapa
3. Sebenarnya
4. Udin

Dengan menggunakan aturan-aturan di atas, setiap kata tersebut akan berubah menjadi sandi. Supaya kalian tidak hanya membayangkan, coba lengkapi tabel berikut (boleh ditulis di kertas kerja terpisah), dan coba amati sandi yang mungkin dihasilkan.

Tabel 3.4 Daftar kata sandi

Kata Asli	Daftar Semua Kata Sandi yang Mungkin Dihasilkan Bila Menggunakan			
	Aturan 1	Aturan 2	Aturan 3	Aturan 4
Selidiki				
Siapa				
Sebenarnya				
Udin				

Perhatikan dengan saksama apakah kata sandi setiap kata bersifat tunggal? Maksudnya: “Apakah setiap kata disandikan hanya dengan satu ‘sandi’ saja?

Kalau kalian mengerjakan dengan sungguh-sungguh, beberapa sandi yang mungkin dihasilkan dapat dilihat pada tabel berikut.

Kata Asli	Daftar Semua Kata Sandi yang Mungkin Dihasilkan Bila Menggunakan			
	Aturan 1	Aturan 2	Aturan 3	Aturan 4
Selidiki	*vholglnl*			
Siapa		*ddaaa*		
Sebenarnya				*hvyvmzimbz*
Udin			*1494*	

Coba lengkapi tabel di atas.

Sebagai orang yang kritis dan kreatif, kita bisa mengajukan beberapa pertanyaan. Sebagai contoh:

1. Manakah dari aturan 1 sampai dengan aturan 4 tersebut yang paling baik digunakan untuk membuat kata sandi? Mengapa?
2. Dengan aturan 2, kata "SIAPA" disandikan menjadi "*ddaaa*". Apa keunggulan dan kekurangan dari aturan penyandian ini?

Coba kalian rumuskan sedikitnya 3 pertanyaan lain terkait dengan aturan penyandian di atas. jika memungkinkan, upayakan pertanyaan kalian memuat kata-kata "sandi" dan "pilihanmu".

Aturan yang menghubungkan himpunan $\{A, B, C, ..., Z\}$ ke himpunan $\{a, b, c, ..., z\}$ merupakan **fungsi** dari himpunan $\{A, B, C, ..., Z\}$ ke himpunan $\{a, b, c, ..., z\}$. Demikian pula dengan aturan yang menghubungkan himpunan $\{A, B, C, ..., Z\}$ ke himpunan $\{a, b, c, d\}$; dan aturan yang menghubungkan himpunan $\{A, B, C, ..., Z\}$ ke himpunan $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Akan tetapi, sebaliknya, aturan yang menghubungkan himpunan $\{a, b, c, d\}$ ke himpunan $\{A, B, C, ..., Z\}$ adalah **bukan fungsi** dari himpunan $\{a, b, c, d\}$ ke himpunan $\{A, B, C, ..., Z\}$. Aturan yang menghubungkan himpunan $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ke himpunan $\{A, B, C, ..., Z\}$ juga **bukan** merupakan fungsi.

Sebagai generasi muda yang kritis dan kreatif, tentu kalian harus mempertanyakan. Sebagai contoh, kalian bisa mengajukan pertanyaan:

1. Agar suatu aturan bisa disebut fungsi dari himpunan A ke himpunan B, apa saja syarat yang harus dipenuhi?
2. Jika suatu aturan merupakan fungsi dari himpunan A kepada himpunan B, apakah kebalikannya juga merupakan fungsi dari himpunan B ke himpunan A?

Sekarang, coba buat minimal tiga pertanyaan lagi tentang fungsi. Upayakan pertanyaan kalian memuat sedikitnya kata-kata:"semua anggota himpunan A", "semua anggota himpunan B", dan/atau "fungsi dari himpunan A ke himpunan B".

Aturan 1 sampai dengan aturan 4 pada **Kegiatan 3.2** adalah relasi. Akan tetapi, aturan-aturan penyandian tersebut bukan hanya sekadar relasi. Aturan itu lebih tepat disebut sebagai ***fungsi*** dari himpunan $\{A, B, C, D, ..., Z\}$ ke himpunan $\{a, b, c, d, ..., z\}$, atau dari himpunan $\{A, B, C, D, ..., Z\}$ ke himpunan $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, atau dari himpunan $\{A, B, C, D, ..., Z\}$ ke himpunan $\{a, b, c, d\}$.

Untuk memahami konsep fungsi, perhatikan dengan saksama kasus-kasus berikut.

Misalkan kita mempunyai dua himpunan, yaitu: $A = \{1, 2, 3\}$ dan himpunan $B = \{a, b\}$. Berikut beberapa relasi yang mungkin terjadi antara anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B (masih banyak yang tidak dituliskan di sini).

1. $\{(1, a)\}$
2. $\{(1, b)\}$
3. $\{(2, a)\}$
4. $\{(2, b)\}$
5. $\{(3, a)\}$
6. $\{(3, b)\}$
7. $\{(1, a), (2, b)\}$
8. $\{(1, a), (3, b)\}$
9. $\{(1, b), (2, a)\}$
10. $\{(1, b), (3, a)\}$
11. $\{(2, a), (3, b)\}$
12. $\{(2, b), (3, a)\}$
13. $\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$
14. $\{(1, a), (2, a), (3, b)\}$
15. $\{(1, a), (2, b), (3, a)\}$

16. $\{(1, a), (2, b), (3, b)\}$
17. $\{(1, b), (2, b), (3, b)\}$
18. $\{(1, b), (2, b), (3, a)\}$
19. $\{(1, b), (2, a), (3, b)\}$
20. $\{(1, b), (2, a), (3, a)\}$

Dari 20 relasi di atas, yang bisa dikategorikan sebagai fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah relasi nomor 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, dan 20. Jadi, hanya ada sebanyak 8 fungsi. Selebihnya, dari contoh di atas, tidak memenuhi syarat untuk dikatakan sebagai fungsi dari A ke B.

Untuk memahami ciri-ciri dari suatu fungsi, sebaiknya perhatikan uraian berikut. Himpunan pasangan berurutan yang bisa menjadi fungsi dari $B = \{a, b\}$ ke $A = \{1, 2, 3\}$ adalah:

$\{(a, 1), (b, 1)\}$

$\{(a, 1), (b, 2)\}$

$\{(a, 1), (b, 3)\}$

$\{(a, 2), (b, 1)\}$

$\{(a, 2), (b, 2)\}$

$\{(a, 2), (b, 3)\}$

$\{(a, 3), (b, 1)\}$

$\{(a, 3), (b, 2)\}$

$\{(a, 3), (b, 3)\}$

Perlu kalian ketahui, dalam konteks fungsi dari himpunan A ke himpunan B, maka himpunan A disebut Daerah Asal atau ***Domain*** *dan himpunan B disebut dengan Daerah Kawan atau* ***Kodomain*** *dari fungsi tersebut. Sedangkan himpunan bagian dari himpunan B yang semua anggotanya mendapat pasangan di anggota himpunan A disebut Daerah Hasil atau* ***Range***

Kalau himpunan pasangan berurutan $\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$ merupakan fungsi dari $\{1, 2, 3\}$ ke $\{a, b\}$, maka domain dan kodomain dari fungsi ini berturut-turut adalah $\{1, 2, 3\}$ dan $\{a, b\}$.

Kalau himpunan pasangan berurutan $\{(a, 3), (b, 1)\}$ merupakan fungsi dari $\{a, b\}$ ke $\{1, 2, 3\}$, maka domain dan kodomain dari fungsi ini berturut-turut adalah $\{a, b\}$ dan $\{1, 2, 3\}$.

Mungkin kalian bertanya, "lho…pada fungsi $\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$, seperti pada **Contoh 3.1**, sama sekali tidak disebut huruf b. Mengapa kodomain nya tetap $\{a, b\}$? Mengapa tidak $\{a\}$ saja?".

Pertanyaan kalian ini penting.

Dalam konteks fungsi $\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$ dari $\{1, 2, 3\}$ ke $\{a, b\}$, himpunan semua anggota kodomain yang menjadi pasangan dari anggota-anggota himpunan domain memiliki istilah tersendiri, yaitu daerah hasil atau *Range*.

Jika $f = \{(1, a), (2, b), (3, b)\}$ adalah fungsi dari $\{1, 2, 3\}$ ke himpunan $\{a, b\}$, maka $f(1) = a$.

Bentuk terakhir ini dibaca dengan "bayangan dari 1 oleh fungsi f adalah a" atau "nilai dari $f(1)$ adalah a".

Jika kita cari nilai dari setiap anggota domain, diperoleh $f(1) = a$, $f(2) = b$, dan $f(3) = b$. Jika dikumpulkan semuanya ini, $\{f(1), f(2), f(3)\} = \{a,b\}$.

Himpunan semua nilai fungsi atau himpunan semua bayangan inilah yang disebut dengan daerah hasil atau *Range*.

Karena itu, pada konteks fungsi $\{(a, 3), (b, 1)\}$ dari $\{a, b\}$ ke $\{1, 2, 3\}$, domainnya adalah $\{a, b\}$, kodomainnya adalah $\{1, 2, 3\}$, dan rangenya adalah $\{1, 3\}$

Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $B = \{2, 3, 5, 7\}$. Relasi yang didefinisikan adalah "satu lebihnya dari". Apakah relasi dari A ke B termasuk fungsi?

Alternatif Penyelesaian

Untuk mengetahui apakah relasi dari A ke B termasuk fungsi atau bukan, lakukan prosedur berikut.

Diketahui relasi dari A ke B adalah "satu lebihnya dari", maka relasi ini bisa dituliskan dalam bentuk himpunan pasangan berurutan: $\{(3, 2), (4, 3)\}$.

Coba kita perhatikan beberapa anggota A yang tidak bisa dipasangkan ke B.

Beberapa anggota A yang tidak mempunyai pasangan di B adalah 1, 2, dan 5.

Hal ini karena tidak ada bilangan x di B demikian sehingga "1 itu satu lebihnya dari x di B", "2 itu satu lebihnya dari x di B", atau "5 itu satu lebihnya dari x di B". Dengan demikian relasi ini bukan fungsi dari A ke B, karena ada anggota A yang tidak mempunyai pasangan di B.

Misalkan $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$, $B = \{1, 5, 9\}$

Relasi yang didefinisikan adalah "anggota A dua kali anggota B". Apakah relasi dari A ke B termasuk fungsi?

Untuk mengetahui apakah relasi dari A ke B termasuk fungsi atau bukan, lakukan prosedur berikut.

Diketahui relasi dari A ke B adalah anggota A dua kali anggota B, Maka dapat dituliskan dalam bentuk pasangan berurutan sebagai berikut: $\{(2, 1), (10, 5)\}$.

Coba kita perhatikan kembali beberapa anggota A lainnya yang tidak mempunyai pasangan ke B, yakni:

Beberapa anggota A yang tidak mempunyai pasangan di B adalah 4, 6, 8, 12, 14, dan 16.

Hal ini karena tidak ada bilangan x di B demikian sehingga "4 dua kali anggota B", "6 dua kali anggota B", "8 dua kali anggota B", "12 dua kali anggota B", "14 dua kali anggota B", dan "16 dua kali anggota B".

Dengan demikian relasi ini juga bukan fungsi dari A ke B, karena ada beberapa anggota A yang tidak mempunyai pasangan di B.

Sekarang cobalah untuk membuat pertanyaan yang memuat kata-kata berikut.

1. "fungsi" dan "selalu dipasangkan"
2. "fungsi" dan "tidak dipasangkan"
3. "fungsi", "dipasangkan", dan "lebih dari satu"

Dari sekian pertanyaan yang kalian berhasil buat, mungkin ada di antaranya pertanyaan-pertanyaan berikut.

1. Jika f adalah fungsi dari A ke B, apakah setiap anggota dari A selalu dipasangkan dengan tepat satu anggota B?
2. Jika f adalah fungsi dari A ke B, apakah ada anggota A yang tidak dipasangkan dengan satu pun anggota dari B?
3. Jika f adalah fungsi dari A ke B, apakah ada anggota A yang dipasangkan dengan lebih dari satu anggota B?

Untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan tersebut, cobalah kaji contoh-contoh fungsi yang telah diberikan sebelumnya.

Buatlah dugaan tentang ciri-ciri dari suatu fungsi dan tuliskan dugaan tersebut di kertas kalian masing-masing.

Selanjutnya, cobalah kalian diskusikan dengan teman sebangku kalian fungsi-fungsi yang mungkin dibentuk dari:

1. $\{1, 2, 3, 4\}$ ke $\{c, d\}$
2. $\{c, d\}$ ke $\{1, 2, 3, 4\}$

Perhatikan contoh dan bukan contoh fungsi dan relasi dari himpunan $A = \{1, 2, 3\}$ ke himpunan $B = \{a, b\}$ berikut.

Tabel 3.5 Contoh fungsi dan bukan fungsi

Contoh Fungsi	Contoh Bukan Fungsi
1. $\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$	1. $\{(1, a), (2, a), (2, b)\}$
2. $\{(1, b), (2, b), (3, b)\}$	2. $\{(1, b), (2, a), (2, b)\}$
3. $\{(1, a), (2, a), (3, b)\}$	3. $\{(1, a), (1, b), (3, b)\}$
4. $\{(1, a), (2, b), (3, a)\}$	4. $\{(2, a), (2, b), (3, a)\}$
5. $\{(1, a), (2, b), (3, b)\}$	5. $\{(2, a), (2, b), (2, c)\}$
6. $\{(1, b), (2, a), (3, a)\}$	6. $\{(1, b), (2, a), (2, b)\}$
7. $\{(1, b), (2, b), (3, a)\}$	7. $\{(3, a), (3, b), (3, c)\}$
8. $\{(1, b), (2, a), (3, b)\}$	8. $\{(1, b), (2, a), (3, b)\}$

Coba kita pusatkan perhatian kita kepada dua hal berikut.

1. Apakah setiap anggota A dipasangkan dengan anggota di B?,
2. Berapa anggota B yang dihubungkan dengan satu anggota A?

Kemudian lengkapilah tabel berikut.

Tabel 3.6 Pernyataan fungsi dan bukan fungsi

No.	Contoh Fungsi	Apakah setiap anggota A selalu dipasangkan dengan suatu anggota B? (Ya/Tidak)	Apakah pasangan dari setiap anggota domain hanya satu saja di Kodomain (Ya/Tidak)
1	$\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$		
2	$\{(1, b), (2, b), (3, b)\}$		
3	$\{(1, a), (2, a), (3, b)\}$		
4	$\{(1, a), (2, b), (3, a)\}$		
5	$\{(1, a), (2, b), (3, b)\}$		
6	$\{(1, b), (2, a), (3, a)\}$		
7	$\{(1, b), (2, b), (3, a)\}$		
8	$\{(1, b), (2, a), (3, b)\}$		

No.	Contoh Bukan Fungsi	Apakah setiap anggota A selalu dipasangkan dengan suatu anggota B? (Ya/Tidak)	Apakah pasangan dari setiap anggota domain hanya satu saja di Kodomain (Ya/Tidak)
1	$\{(1, a), (2, a), (2, b)\}$		
2	$\{(1, b), (2, a), (2, b)\}$		
3	$\{(1, a), (1, b), (3, b)\}$		
4	$\{(2, a), (2, b), (3, a)\}$		
5	$\{(2, a), (2, b), (2, c)\}$		
6	$\{(1, b), (2, a), (2, b)\}$		
7	$\{(3, a), (3, b), (3, c)\}$		
8	$\{(1, b), (2, a), (3, b)\}$		

Tuliskan simpulan kalian pada lembar pengamatan kalian.

Sekarang coba kalian terapkan simpulan tersebut untuk memeriksa apakah himpunan pasangan berurutan berikut merupakan fungsi dari himpunan $B = \{a, b\}$ ke himpunan $A = \{p, q, r, s\}$ atau tidak?

1. $\{(a, p), (b, p)\}$
2. $\{(a, p), (b, q)\}$
3. $\{(a, p), (b, r)\}$
4. $\{(a, q), (b, s)\}$
5. $\{(a, q), (a, r)\}$
6. $\{(a, r), (b, r)\}$
7. $\{(b, s), (b, r), (a, p)\}$
8. $\{(a, p), (b, q), (a, r)\}$

Tulislah simpulan kalian tentang ciri-ciri dari fungsi A ke B, dan hasil pemeriksaan kalian terhadap 8 soal di atas.

Pertukarkan tulisan tersebut dengan teman sebangku. Secara santun, silakan saling berkomentar, menanggapi komentar, memberikan usul dan menyepakati ide-ide yang paling tepat.

Coba kalian ingat kembali pelajaran materi himpunan di kelas 7, kemudian perhatikan uraian berikut.

Relasi adalah aturan yang menghubungkan anggota-anggota dua himpunan. Akan tetapi, seperti diuraikan di atas, relasi dari himpunan A ke himpunan B tidak selalu berupa fungsi. Relasi tidak memaksakan semua anggota Domain dipasangkan. Relasi juga tidak memaksakan bahwa banyak pasangan dari setiap unsurnya harus tunggal. Relasi merupakan konsep yang lebih longgar dibandingkan fungsi. Karena itu, setiap fungsi adalah relasi, tetap tidak setiap relasi merupakan fungsi.

Berikut disajikan beberapa contoh fungsi yang mungkin bermanfaat bagi kalian.

Pada peringatan Hari Kemerdekaan 17 Agustus misalnya, sering orang membuat pola potongan kertas yang disusun selang seling merah, putih, merah, putih, dan seterusnya. Orang menulisnya dengan merah, putih, merah, putih, merah, putih, …

Pola yang terjadi ini juga sebenarnya merupakan fungsi dari himpunan bilangan asli ke himpunan potongan kertas warna merah dan warna putih. Secara formal, barisan ini nantinya ditulis sebagai {(1, merah), (2, putih), (3, merah), (4, putih), (5, merah), …}.

Pada waktu belajar tentang barisan bilangan, kita juga banyak belajar tentang fungsi dengan domain himpunan semua bilangan asli. Barisan bilangan kuadrat bisa ditulis dalam bentuk himpunan pasangan berurut {(1,1), (2,4), (3, 9), (4, 16), …}.

Ketika belajar tentang hubungan antara harga barang dan banyaknya barang yang laku dijual, terutama kalau dinyatakan dalam bentuk persamaan linear $y = mx + n$, sebenarnya kita juga belajar fungsi.

Dalam rangka menarik pelanggan untuk berinvestasi di perusahaan X, manager perusahaan itu menyampaikan rumus laba yang bisa diperoleh dari penjualan barangnya dengan rumus sebagai berikut: misalnya $l = 25.000b - 5.000$, dengan b menyatakan banyaknya barang yang laku, dan l besar laba yang diperoleh. Rumus ini menyatakan fungsi dari banyaknya barang yang laku (b) dengan besar laba yang diperoleh (l).

Masih banyak lagi contoh lain yang bisa kita temui. Cobalah temukan sebanyak mungkin contoh fungsi lainnya dalam kehidupan sehari-hari atau dalam matematika.Selanjutnya, sajikan fungsi-fungsi itu dengan berbagai macam cara yang telah kita kenal (himpunan pasangan berurut, diagram panah, tabel, grafik, rumus), sambil menemukan kekuatan dan kelemahan cara menyajikan tersebut kalau diterapkan kepada fungsi-fungsi itu. Pusatkan perhatian kita kepada dua hal berikut.

1. Sajikan contoh-contoh di atas dalam berbagai macam bentuk penyajian fungsi yang kalian kenal.
2. Tentukan cara manakah yang paling mudah untuk dilakukan.

Kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Perhatikan aturan sandi di bawah ini.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
q	*w*	*e*	*r*	*t*	*y*	*u*	*i*	*o*	*p*	*a*	*s*	*d*	*f*	*g*	*h*	*j*	*k*	*l*	*z*	*x*	*c*	*v*	*b*	*n*	*m*

   Tulislah arti pesan sandi berikut.

   a. *gkqfuzxqax qrqsqi uxkxax atzoaq ro kxdqi*

   b. *uxkxax qrqsqi gkqfuzxqax ro ltagsqi*

   Sandikan pesan berikut.

   c. SAYA ANAK INDONESIA

   d. MATEMATIKA ADALAH KEHIDUPANKU

2. Diketahui $P = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ dan $Q = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$.

   a. Jika dari P ke Q dihubungkan relasi “setengah dari”, tentukan himpunan anggota P yang mempunyai pasangan di Q.

   b. Jika dari Q ke P dihubungkan relasi “kuadrat dari”, tentukan himpunan anggota Q yang mempunyai pasangan di P.

3. Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $B = \{2, 3, 5, 7\}$. Relasi yang didefinisikan adalah “faktor dari”. Apakah relasi dari A ke B termasuk fungsi?

4. Misalkan $A = \{3, 4, 6, 8, 9, 12, 14, 18\}$, dan $B = \{1, 6, 9\}$. Relasi yang didefinisikan adalah "anggota A sepertiga kali anggota B". Apakah relasi dari A ke B termasuk fungsi?

5. Diketahui himpunan A adalah himpunan kuadrat sempurna antara 1 sampai dengan 100 dan himpunan B adalah himpunan bilangan kelipatan tiga antara 1 sampai dengan 100. Relasi yang menghubungkan himpunan A ke B adalah akar dari.
   a. Sebutkan anggota-anggota himpunan A dan anggota-anggota himpunan B.
   b. Sebutkan semua pasangan berurutan dari relasi tersebut.
   c. Apakah relasi di atas merupakan fungsi ?
   d. Tentukan domain, kodomain dan daerah hasil.

6. Tuliskan sebuah contoh fungsi yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari dan nyatakan dalam bentuk pasangan berurutan.

7. Diketahui P = {Malang, Surabaya, Semarang, Bandung, Jakarta, Denpasar, Sumenep} dan Q = {Jatim, Jateng, Jabar, Bali} Nyatakan relasi $R : P$ ke Q dalam himpunan pasangan berurutan dengan aturan:
   a. ibu kota propinsi
   b. kota di propinsi

8. Diketahui $K = \{3, 4, 5, 6\}$ dan $L = \{4, 5, 6, 7\}$. Jika g adalah fungsi dari himpunan K ke himpunan L, tentukan dua aturan yang mungkin untuk fungsi g kemudian tuliskan dalam bentuk pasangan berurutan.

9. Diketahui $K = \{p, q\}$ dan $L = \{2, 3, 4\}$
   a. Buatlah semua pasangan berurutan dari himpunan A ke himpunan B yang membentuk fungsi.
   b. Tentukan banyaknya fungsi yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B.

10. Buatlah dua himpunan yang relasinya adalah *faktor* dari.

Bentuk Penyajian Fungsi

Kegiatan 3.3

Memahami Bentuk Peyajian Fungsi

Masalah 3.5

Sumber: Kemendikbud

Gambar 3.9 Taksi

Sebuah perusahaan taksi menetapkan ketentuan bahwa tarif awal Rp6.000,00 dan tarif setiap kilometer Rp2.400,00.

1. Dapatkah kalian menetapkan tarif untuk 10 km, 15 km, dan 20 km?
2. Berapakah tarif untuk 40 km perjalanan?
3. Berapa kilometer yang ditempuh jika uang yang dibayarkan Rp80.000,00.

Hitungan: aritmetika

Biaya 10 km = 6.000 + 10 × 2.400 = 30.000

Biaya 15 km = 6.000 + 15 × 2.400 = 42.000

Biaya 20 km = 6.000 + 20 × 2.400 = 54.000

Bagaimana dengan rumus fungsinya?

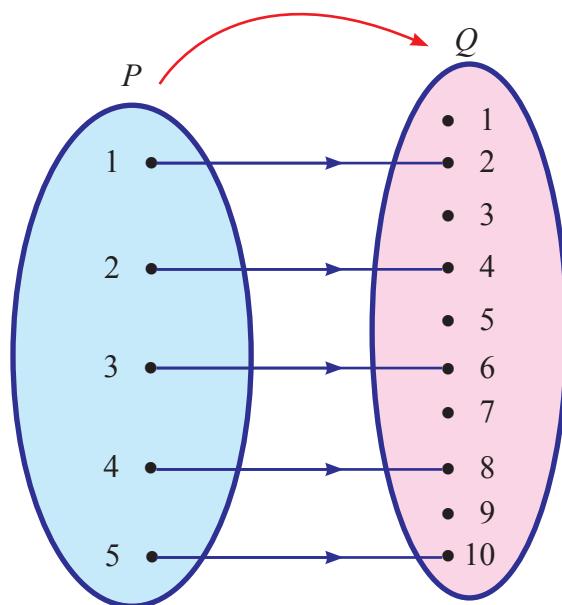
Sedikit Informasi

Sebelum menentukan rumus fungsinya, mari kita perhatikan cara-cara menyajikan fungsi yang biasa digunakan di dalam Matematika.

Misalkan fungsi f dari $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ke $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Relasi yang didefinisikan adalah "setengah kali dari"

Permasalahan ini dapat dinyatakan dengan 5 cara, yaitu sebagai berikut.

Cara 1: Himpunan pasangan berurutan

Diketahui fungsi f dari $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ke $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
Relasi yang didefinisikan adalah "setengah kali dari".
Relasi ini dapat dinyatakan dengan himpunan pasangan berurut, sebagai berikut:
$f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10)\}$

Cara 2: Diagram panah

Diketahui fungsi f dari $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ke $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
Relasi yang didefinisikan adalah "setengah kali dari".
Relasi ini dapat dinyatakan dengan diagram panah, sebagai berikut.

Cara 3: Dengan persamaan fungsi

Diketahui fungsi f dari $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ke $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
Relasi yang didefinisikan adalah "setengah kali dari".
Relasi ini dapat dinyatakan dengan rumus fungsi, yaitu berikut:

Untuk menyatakan dengan rumus fungsi, coba perhatikan pola berikut ini.
Dari himpunan pasangan berurutan $\{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10)\}$ didapat:

$(1, 2) \rightarrow \quad (1, 2 \times 1)$

$(2, 4) \rightarrow \quad (2, 2 \times 2)$

$(3, 6) \rightarrow \quad (3, 2 \times 3)$

$(4, 8) \rightarrow \quad (4, 2 \times 4)$

$(5, 10) \rightarrow \quad (5, 2 \times 5)$

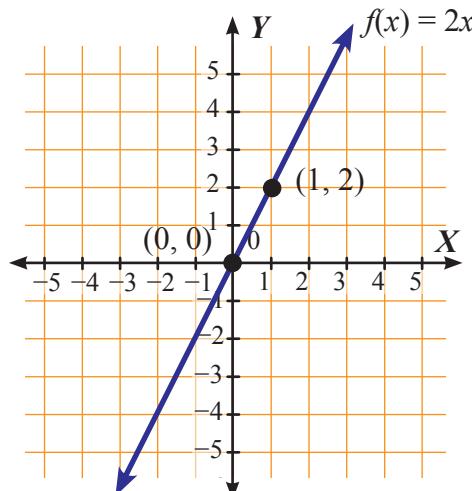
Kalau anggota P kita sebut x dan anggota Q kita sebut y, maka $x = \frac{1}{2}y$.

Dari $x = \frac{1}{2}y$ kita dapatkan $y = 2x$

Bentuk ini biasa ditulis dengan $f(x) = 2x$, untuk setiap $x \in P$

Inilah yang dinyatakan sebagai persamaan fungsi.

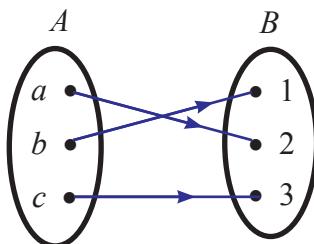
Cara 4: Dengan tabel

Diketahui fungsi f dari $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ke $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Relasi yang didefinisikan adalah "setengah kali dari".
Relasi ini dapat dinyatakan dengan tabel, sebagai berikut.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	4	6	8	10

Cara 5: Dengan grafik

Diketahui fungsi f dari $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ke $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Relasi yang didefinisikan adalah "setengah kali dari".

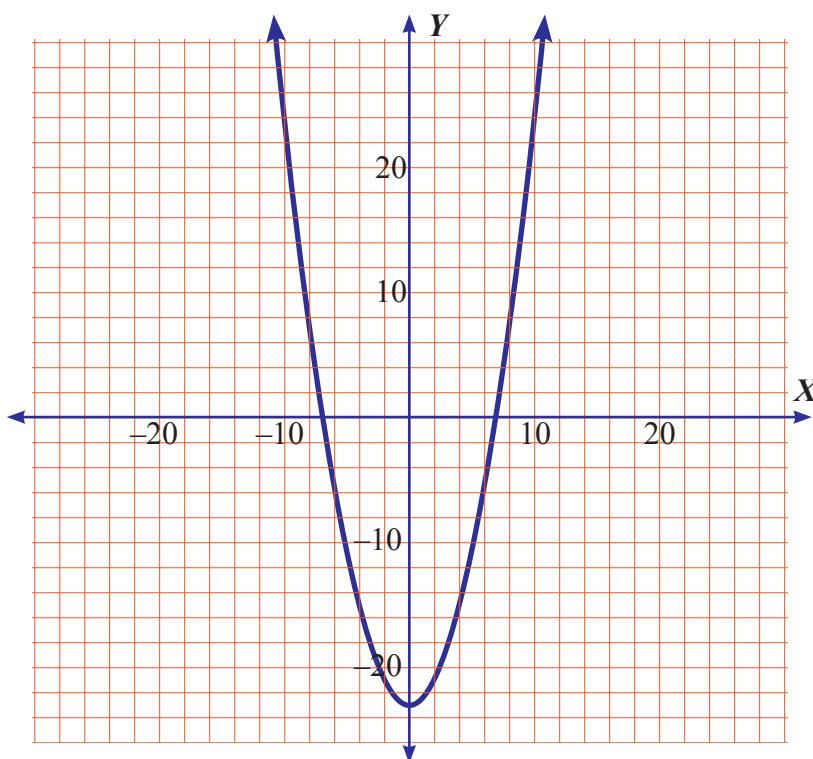
Relasi ini dapat dinyatakan dengan grafik, sebagai berikut.

Uraian di atas menunjukkan macam-macam cara yang bisa digunakan untuk menyatakan fungsi dari himpunan P ke himpunan Q.

Dari pelajaran sebelumnya kalian sudah mengetahui bahwa anggota suatu himpunan bisa berupa bilangan, tetapi bisa juga bukan bilangan.
Mungkin muncul pertanyaan "*Manakah dari cara penyajian itu yang paling tepat?*"

Untuk menjawab pertanyaan di atas, cobalah kerjakan soal-soal berikut dan amati apa yang terjadi. Setelah itu, gunakan penalaran kalian untuk mengambil simpulan.

1. Misalkan f adalah fungsi dari himpunan $A = \{2, 3, 4\}$ ke himpunan $X = \{4, 5, 6\}$ yang didefinisikan dengan pasangan berurut $f = \{(2, 4), (3, 5), (4, 6)\}$. Nyatakan f dengan cara:
   a. diagram panah
   b. tabel
   c. persamaan fungsi
   d. grafik

2. Misalkan g adalah fungsi dari himpunan A ke himpunan B yang didefinisikan dengan diagram panah sebagai berikut.

   Nyatakan fungsi g di atas dengan cara:
   a. pasangan berurutan
   b. tabel
   c. grafik

3. Misalkan h adalah fungsi dari himpunan bilangan asli $\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ ke himpunan bilangan real R dengan persamaan $h(n) = 2n - 1$.
   Nyatakan fungsi di atas dengan cara:
   a. pasangan berurutan
   b. diagram panah
   c. tabel
   d. grafik

4. Misalkan m adalah fungsi dari himpunan bilangan asli {1, 2, 3, 4, ...} ke himpunan bilangan real R yang dinyatakan dengan tabel berikut.

A	1	2	3	4	5	6	7	...	
R	1	4	9	16	25	36	49		

Nyatakan fungsi di atas dengan cara:
a. pasangan berurutan
b. diagram panah
c. grafik

5. Fungsi n dari himpunan bilangan real R ke himpunan bilangan real R didefinisikan dengan grafik sebagai berikut.

Nyatakan fungsi di atas dengan cara:

a. pasangan berurutan
b. diagram panah
c. tabel

Apa yang kalian temukan? Apakah ada cara yang terbaik?

Tampaknya tiap-tiap cara itu memiliki kekuatan dan kelemahan. Temukan kekuatan dan kelemahannya.

Kembali ke permasalahan semula (**Masalah 3.5**), yaitu mencari rumus fungsi dari masalah tarif taksi di depan.

Di awal telah disampaikan perhitungan beberapa biaya penyewaan taksi seperti di bawah ini.

Biaya untuk 10 km = 6.000 + 10 × 2.400 = 30.000

Biaya untuk 15 km = 6.000 + 15 × 2.400 = 42.000

Biaya untuk 20 km = 6.000 + 20 × 2.400 = 54.000

Coba perhatikan dengan saksama bilangan-bilangan yang selalu muncul pada setiap persamaan persamaan berikut.

Biaya untuk 10 km = 6.000 + 10 × 2.400

Biaya untuk 15 km = 6.000 + 15 × 2.400

Biaya untuk 20 km = 6.000 + 20 × 2.400

Perhatikan bilangan 10 di ruas kiri dan bilangan 10 di ruas kanan. Apa kesamaan dan perbedaannya? Perhatikan bilangan 6.000 pada ruas kanan.

Terkait dengan fokus perhatian di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut: “*x* km di ruas kiri” dan “di ruas kanan”

1. Agar kalian menjadi lebih yakin, cobalah membuat **Tabel 3.7** sebagai berikut, dan lengkapilah.

Tabel 3.7 Biaya taksi

Jarak Perjalanan	Cara menghitung biaya
1 km	6.000 + 1 × 2.400
2 km	6.000 + 2 × 2.400
3 km	6.000 + 3 × 2.400
4 km	6.000 + 4 × 2.400
... km	6.000 + 5 × 2.400
6 km	... + 6 × 2.400
7 km	6.000 + 7 × 2.400
…	
…	
x km	6.000 + ... × 2.400

Jadi, jika $B(x)$ merupakan besar biaya yang harus dikeluarkan untuk menggunakan taksi sejauh x km, maka $B(x)$ dapat dituliskan dengan persamaan $B(x)$ = ...

2. Temukan pada buku tertentu, di internet, atau membuat sendiri untuk menentukan banyaknya fungsi (pemetaan) yang mungkin dari himpunan A ke B,

   (a) jika banyak anggota A dan B adalah sama.

   (b) jika banyak anggota A dan B adalah berbeda.

Pemahaman akan nilai fungsi ini seringkali diperlukan untuk merumuskan bentuk fungsi.

Suatu fungsi linear f memiliki nilai 5 saat $x = 1$, dan memiliki nilai 1 saat $x = -1$. Tentukan rumus fungsinya.

Untuk menentukan rumus fungsi dari suatu fungsi linear f memiliki nilai 5 saat $x = 1$, dan memiliki nilai 1 saat $x = -1$, lakukan prosedur berikut.

Dari soal tersebut, diketahui bahwa fungsi f adalah fungsi linear. Oleh karena itu, fungsi f bisa dinyatakan dengan rumus $f(x) = ax + b$.

Diketahui lebih lanjut bahwa $f(1) = 5$ dan $f(-1) = 1$

$f(x) = ax + b$, maka $f(1) = a(1) + b = 5$

$a + b = 5$ ....(1)

$f(-1) = a(-1) + b = 1$

$-a + b = 1$ ....(2)

dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$\begin{array}{rl} a + b & = 5 \\ \underline{-a + b} & \underline{= 1} \; - \\ 2a & = 4 \\ a & = 2 \end{array}$$

$a = 2$ disubstitusikan ke salah satu persamaan, misalkan persamaan (1)

$$\begin{array}{rl} a + b & = 5 \\ (2) + b & = 5 \\ b & = 5 - 3 \\ b & = 2 \end{array}$$

Dengan demikian, nilai $a = 2$ dan $b = 3$

Jadi, rumus fungsinya adalah $f(x) = 2x + 3$

Pemahaman akan nilai fungsi juga akan membantu kita menentukan daerah hasil atau Range dari fungsi yang didefinisikan pada himpunan bilangan real.

Daerah asal fungsi f dari x ke $2x - 1$ adalah $\{x \mid -1 \leq x < 2, x \in R\}$. Tentukanlah daerah hasilnya.

(Keterangan: $x \in R$, dengan x anggota himpunan bagian dari bilangan real)

Untuk menentukan daerah hasil dari daerah asal fungsi f dari x ke $2x - 1$ adalah $\{x \mid -1 \leq x < 2, x \in R\}$, lakukan prosedur berikut.

Diketahui daerah asal $-1 \leq x < 2$, f dari x ke $2x - 1$

Mengubah bentuk x ke dalam bentuk $2x – 1$, yaitu sebagai beikut

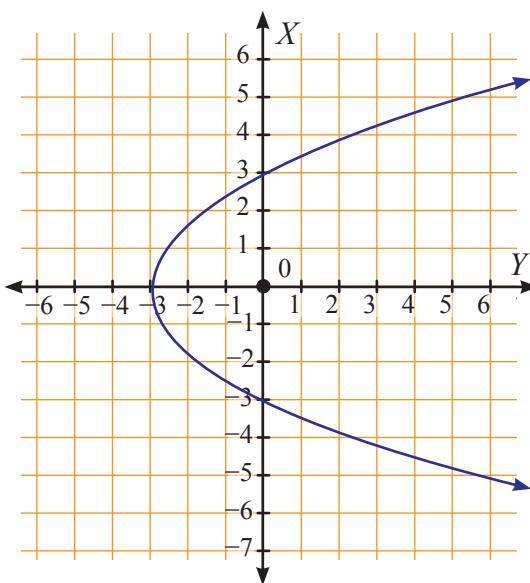
$-1 \leq x < 2$

$-2 \leq 2x < 4$ dikalikan 2

$-2 - 1 \leq 2x - 1 < 4 - 1$ ditambah –1

$-3 \leq 2x - 1 < 3$

Dari bentuk $-3 \leq 2x - 1 < 3$, diketaui rumus fungsi $f(x) = 2x - 1$, sehingga $-3 \leq f(x) < 3$

Jadi, daerah hasilnya adalah: $\{f(x) \mid -3 \leq f(x) < 3\}$.

Berdasarkan informasi yang kalian dapatkan, coba diskusikan dua hal berikut.

1. Grafik Fungsi

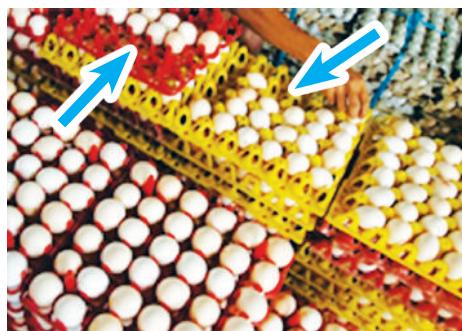
   Tohir dan Taufiq sedang berdiskusi tentang suatu grafik seperti di bawah ini.

Tohir menganggap bahwa grafik di atas adalah grafik suatu fungsi. Namun, Taufiq tidak setuju dengan pendapat Tohir. Taufiq berpendapat bahwa grafik tersebut bukan grafik fungsi.
Menurut kalian, siapakah yang benar? Jelaskan alasan kalian.

2. Diketahui himpunan $A = \{a, b\}$ dan himpunan $B = \{1, 2, 3\}$. Berapa banyak pemetaan yang mungkin dari himpunan A ke B dan dari himpunan B ke A?

Presentasikan hasil diskusi kalian secara menarik (kalau ada fasilitas IT, gunakanlah *Powerpoint*) kepada siswa lainnya.

Ayo Kita Berlatih 3.3

Kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Diketahui $A = \{0, 1, 4, 9\}$ dan $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.
   a. Tentukan fungsi yang merupakan fungsi dari A ke B.
   b. Sajikan fungsi tersebut dengan diagram panah.
   c. Sajikan fungsi tersebut dengan rumus.
   d. Sajikan fungsi tersebut dengan tabel.
   e. Sajikan fungsi tersebut dengan grafik.

2. Suatu fungsi f dirumuskan sebagai $f(x) = 3x - 2$ dengan daerah asal adalah $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.
   a. Tentukanlah daerah hasil atau *range* dari fungsi $f(x) = 3x - 2$.
   b. Tentukanlah letak titik-titik tersebut pada koordinat Kartesius.
   c. Gambarlah suatu garis yang melalui titik-titik tersebut.

3. Daerah asal fungsi f dari x ke $4x - 3$ adalah $\{x \mid -2 < x \leq 5, x \in R\}$. Tentukanlah daerah hasilnya.

   (Keterangan; $x \in R$: x anggota himpunan bagian dari bilangan real)

4. Jelaskan cara menentukan rumus fungsi jika diketahui fungsi f dinyatakan oleh $f(x) = ax + \text{b}$ dengan $f(-1) = 2$ dan $f(2) = 11$.

5. Diketahui suatu fungsi f dengan domain $A = \{6, 8, 10, 12\}$ dan kodomain himpunan bilangan asli. Persamaan fungsinya adalah $f(x) = 3x - 4$.
   a. Tentukan $f(6)$, $f(8)$, $f(10)$, dan $f(12)$. Simpulan apa yang dapat kalian peroleh?
   b. Nyatakan fungsi tersebut dengan tabel.
   c. Tentukan daerah hasilnya.
   d. Nyatakan fungsi tersebut dengan grafik.

6. Diketahui suatu fungsi h dengan rumus $h(x) = ax + 9$. Nilai fungsi h untuk $x = 3$ adalah -6.

a. Coba tentukan nilai fungsi h untuk $x = 6$.
b. Tentukan rumus fungsi h. Jelaskan caramu.
c. Berapakah nilai elemen domain yang hasilnya positif?

7. Fungsi f ditentukan oleh $f(x) = ax + b$. Jika $f(4) = 5$ dan $f(-2) = -7$, tentukanlah:

   a. nilai a dan b,

   b. persamaan fungsi tersebut.

8 Fungsi f didefinisikan dengan rumus $f(x) = 5 - 3x$ dengan daerah asal $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

   a. Buatlah tabel dan himpunan pasangan berurutan dari fungsi tersebut

   b. Gambarlah grafik fungsinya

9. Diketahui fungsi $f(x) = ax + b$. Jika $f(2) = -2$ dan $f(3) = 13$, tentukan nilai $f(4)$.

10. Diketahui fungsi f dirumuskan dengan $f(x) = -3x + 6$.

    a. Tentukan bayangan dari -3 dan 2.

    b. Jika $f(a) = -9$, tentukan nilai a.

11. Jika $A = \{x \mid -2 < x < 6, x \in B\}$ dan $B = \{x \mid x \text{ bilangan prima} < 11\}$.

    Tentukan:

    a. banyaknya pemetaan dari A ke B,

    b. banyaknya pemetaan dari B ke A.

12. Fungsi n dari himpunan bilangan real R ke himpunan bilangan real R didefinisikan dengan grafik sebagai berikut.

    Nyatakan fungsi di samping dengan cara:

    a. pasangan berurutan

    b. diagram panah

    c. tabel

13. Fungsi f didefinisikan pada bilangan bulat yang memenuhi $f(1) = 2016$ dan $f(1) + f(2) + ... + f(n) = n^2 f(n)$ untuk semua $n > 1$. Hitunglah nilai $f(2016)$.

(*OSP SMP 2016*)

14. Sebuah rumah mempunyai bak penampung air. Melalui sebuah pipa, air dialirkan dari bak penampungan ke dalam bak mandi. Volume air dalam bak mandi setelah 3 menit adalah 23 liter dan setelah 7 menit adalah 47 liter. Volume air dalam bak mandi setelah dialiri air selama t menit dinyatakan sebagai $V(t) = (V_0 + at)$ liter, dengan V_0 adalah volume air dalam bak mandi sebelum air dialirkan dan a adalah debit air yang dialirkan setiap menit.
    a. Tentukan volume air dalam bak mandi sebelum air dialirkan.
    b. Berapa volume air dalam bak mandi setelah 15 menit?

15. Perhatikan gambar berikut ini.

Sumber : matematohir.wordpress.com
Gambar 3.10 Telur dan Wadah

Sumber : www.anestforallseasons.com
Gambar 3.11 Telur dalam wadah

Berikut merupakan contoh fungsi dan bukan contoh fungsi dari gambar di atas.

a. Relasi telur ke wadah disebut dengan fungsi (**Gambar 3.11**). Mengapa?
b. Sedangkan relasi dari wadah ke telur disebut dengan bukan fungsi (**Gambar 3.10** dan **3.11**). Mengapa?

Carilah contoh lain yang ada di sekitar kalian yang merupakan fungsi dan bukan fungsi.

Memahami Koresponden Satu-satu

Kalian telah melakukan **Kegiatan 3.1** tentang relasi dan **Kegiatan 3.3** tentang fungsi. Kemudian kita akan melakukan kegiatan terakhir dari materi bab ini, yaitu tentang korespondensi satu-satu. Untuk lebih jelasnya ikutilah kegiatan berikut ini.

Sumber: 2.bp.blogspot.com

Gambar 3.12 Deretan rumah

Agar kalian memahami pengertian tentang korespondensi satu-satu, perhatikan **Gambar 3.12** di atas. Perhatikan deretan rumah di suatu daerah. Setiap rumah memiliki nomor rumah tertentu yang berbeda dengan nomor rumah di daerah tersebut. Mungkinkah satu rumah memiliki dua nomor rumah? Atau mungkinkah dua rumah memiliki nomor rumah yang sama? Tentu saja jawabannya tidak. Hubungan antara rumah dan nomor rumah merupakan suatu fungsi yang disebut *korespondensi satu-satu*.

Kasus lain yang menggambarkan korespondensi satu-satu sebagai berikut. Lima orang siswa dengan nomor induk sekolah di SMP Ruhas Malang, adalah sebagai berikut.

As'ari memiliki nomor induk 219,
Tohir memiliki nomor induk 279,
Taufiq memiliki nomor induk 292,
Erik memiliki nomor induk 258, dan
Zainul memiliki nomor induk 224,

Jika dimisalkan A himpunan siswa, maka A = {As'ari, Tohir, Taufiq, Erik, Zainul} dan B adalah himpunan angka = {219, 224, 258, 279, 292} maka relasi dari A ke B adalah "memiliki nomor induk" dan relasi dari B ke A adalah "Nama pemilik nomor induk". Bagaimana bentuk diagram panah dari kedua relasi tersebut?

Kedua masalah di atas merupakan contoh dari kehidupan nyata yang berkaitan dengan materi korespondensi satu-satu. Sebelum mennyelesaikan masalah tersebut, sebaiknya terlebih dulu kita lakukan kegiatan berikut ini.

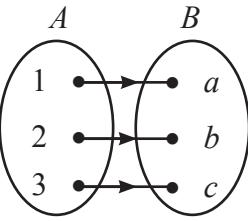
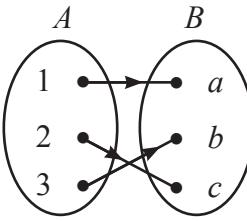
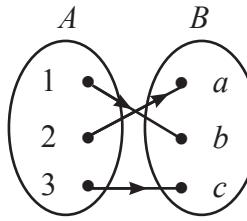
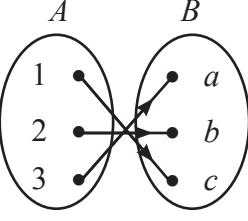
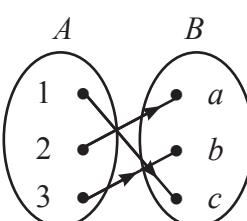
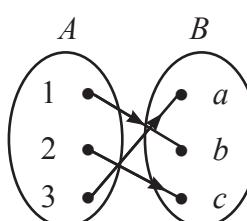
Pada **Tabel 3.8** ditunjukkan relasi dari anggota himpunan A ke anggota himpunan B. Coba amatilah dengan cermat bentuk diagram panah pada **Tabel 3.8** tersebut.

Tabel 3.8 Memahami korespondensi satu-satu

No.	Contoh Korespondensi Satu-satu	Contoh Bukan Korespondensi Satu-satu
1.	A: 1, 2, 3 → B: a, b, c (1 → a, 2 → b, 3 → c)	A: 1, 2, 3 → B: a, b, c (1 → a, 2 → b)

No.	Contoh Korespondensi Satu-satu	Contoh Bukan Korespondensi Satu-satu
2.	A B 1 2 3 a b c	A B 1 2 3 a b c d
3.	A B 1 2 3 4 5 a b c d e	A B 1 2 3 a b c d
4.	A B 1 2 3 4 5 a b c d e	A B 1 2 3 4 5 a b c d

Terkait dengan fokus perhatian di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut: "aturan" atau "korespondensi satu-satu"

Contoh: mengapa diagram panah nomor 4 bagian kedua pada **Tabel 3.8** dikatakan bukan korespondensi satu-satu, padahal semua anggota sudah punya pasangan?

Untuk lebih memahami tentang korespondensi satu-satu, coba perhatikan uraian berikut.

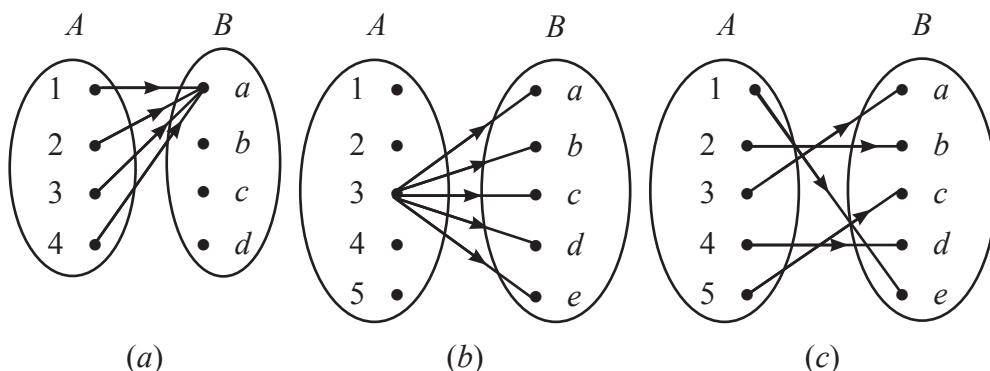
Perhatikan contoh korespondensi satu-satu pada tabel 3.9 nomor 1. Diketahui himpunan $A = \{1, 2, 3,\}$ dan himpunan $B = \{a, b, c\}$. Relasi dari himpunan A ke himpunan B yang merupakan korespondensi satu-satu dapat dijabarkan sebagai berikut.

Tabel 3.9 Banyak korespondensi satu-satu dari himpunan *A* ke himpunan *B*

Berdasarkan uraian pada **Tabel 3.9**, banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin dari himpunan *A* ke himpunan *B* adalah sebanyak 6.

Kemudian, lakukan kegiatan berikut untuk menentukan banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin antara himpunan *A* dan *B* berdasarkan banyak anggotanya. Jika memungkinkan buatlah diagram-diagram panah yang mungkin jika diketahui banyak anggota *A* dan *B*. Salah satu contohnya seperti pada **Tabel 3.10** berikut.

Tabel 3.10 Banyak korespondensi satu-satu yang mungkin

No.	Banyak Anggota Himpunan $A = n(A)$	Banyak Anggota Himpunan $B = n(B)$	Banyak Korespondensi satu-satu yang Mungkin antara Himpunan A ke B
1.	1	1	1
2.	2	2	2
3.	3	3	6
4.	4	4	...
5.	5	5	...
6.	6	6	...
7.	7	7	...
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
n	n	n	...

Perhatikan kembali **Tabel 3.8.** Coba kita pusatkan perhatian kita kepada dua hal berikut.

1. Apakah setiap anggota A dipasangkan dengan anggota di B?
2. Apakah setiap anggota B dipasangkan dengan anggota di A?
3. Berapa anggota A yang dihubungkan dengan satu anggota B?
4. Berapa anggota B yang dihubungkan dengan satu anggota A?
5. Simpulkan apa yang dimaksud dengan korespondensi satu-satu.

Perhatikan kembali **Tabel 3.9** dan **3.10**. Apa yang dapat kalian simpulkan dari hasil kegiatan menggali informasi tersebut?

Sekarang, coba diskusikan pemahaman kalian terhadap kasus berikut.

Perhatikan diagram panah berikut ini.

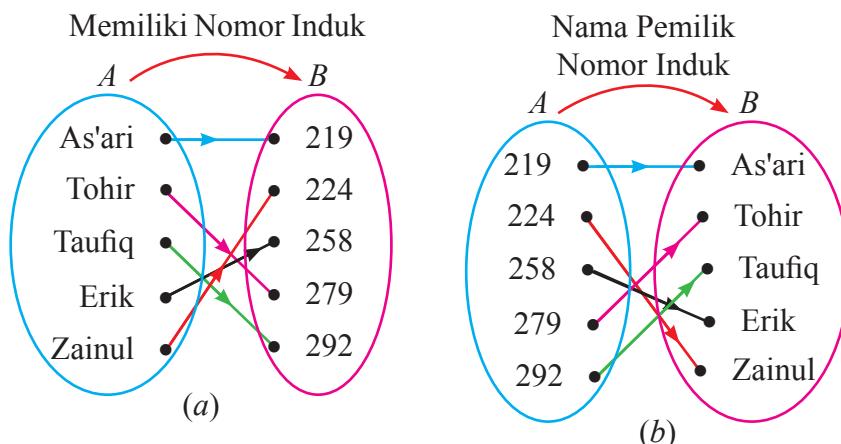
Gambar 3.13 Diagram panah dari himpunan A ke himpunan B

Apakah relasi dari himpunan A ke himpunan B merupakan ***korespondensi satu-satu*** atau ***bukan korespondensi satu-satu***?

Kalau bukan termasuk ***korespondensi satu-satu***, apakah diagram tersebut menunjukan fungsi? Jelaskan.

Jelaskan perbedaan antara relasi, fungsi, dan korespondensi satu-satu.

Setelah selesai menjawab, bandingkan hasil jawaban kalian dengan kelompok lain. Kemudian diskusikan dengan kelompok tersebut.

Tulislah simpulan kalian pada lembar kerja/buku tulis yang sudah kalian sediakan.

1. Kembali ke permasalahan semula (**Masalah 3.6** dan **3.7**), yaitu menentukan bentuk hubungan apa sajakah yang dapat dibuat dan bagaimana cara menyajikannya.

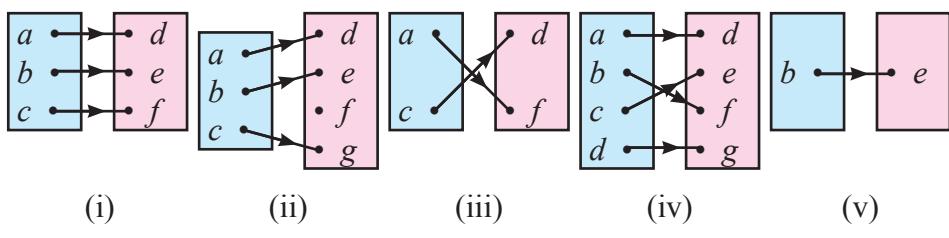
***Perhatikan kembali Masalah* 3.7**

Untuk mengetahui kedua diagram panah pada **Masalah 3.4**, sekarang perhatikan dengan cermat uraian berikut ini.

Kedua relasi tersebut dapat digambarkan dalam diagram panah sebagai berikut. Relasi dari A ke B adalah "memiliki nomor induk" dan relasi dari B ke A adalah "Nama pemilik nomor induk"

Gambar 3.14 Diagram panah nomor induk dan nama pemilik nomor induk

Perhatikan **Gambar 3.14*a***. Setiap anggota A mempunyai tepat satu kawan anggota B. Dengan demikian, relasi "memiliki Nomor Induk" dari himpunan A ke himpunan B merupakan suatu fungsi (pemetaan). Amati bahwa setiap anggota B yang merupakan peta (bayangan) dari anggota A, dikawankan dengan tepat satu anggota A. Begitu juga sebaliknya pada **Gambar 3.14*b***

Pemetaan dua arah seperti diagram di atas disebut dengan *korespondensi satu-satu* atau *perkawanan satu-satu.*

2. Di antara dua himpunan berikut ini manakah yang dapat dibuat korespondensi satu-satu? Jelaskan.
   a. A = {nama hari dalam seminggu}
      B = {bilangan prima antara 1 dan 11}
   b. $P = \{a, e, i, o, u\}$
      Q = {lima kota besar di Pulau Jawa}
   c. A = {*nama* bulan dalam setahun}
      B = {nama hari dalam seminggu}
   d. C = {*bilangan* genap kurang dari 10}
      D = {bilangan prima kurang dari 10}

3. Jika diketahui himpunan $P = \{a, b, c, d, e\}$ dan $Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, tentukan banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin dari P ke Q.

Kerjakanlah soal-soal berikut ini

1. Di antara diagram panah di bawah ini, manakah yang menunjukkan korespondensi satu-satu?

2. Manakah di antara himpunan pasangan berurutan berikut ini merupakan korespondensi satu-satu?

   a. $\{(a, x), (b, z), (a, y)\}$
   b. $\{(1, p), (2, q), (3, p)\}$
   c. $\{(5, 6), (6, 7), (7, 5)\}$
   d. $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$
   e. $\{(2, 2), (2, 4), (2, 6)\}$
   f. $\{(a, 2), (2, b), (b, a)\}$

3. Diketahui $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan $Q = \{a, b, c, d, e, f\}$.

   a. Berapakah banyak semua korespondensi satu-satu yang mungkin terjadi dari P ke Q?
   b. Sebutkan tiga saja himpunan pasangan berurutan yang merupakan korespondensi satu-satu dari P ke Q

4. Jika $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, apakah fungsi $f : A \rightarrow A$ yang didefinisikan di bawah ini merupakan korespondensi satu-satu?

   a. $f : x \rightarrow -x$
   b. $f : x \rightarrow x^2$
   c. $f(x) = 2x^2 - 1$

5. Diketahui

   K = himpunan warna lampu lalu lintas.

   L = himpunan titik sudut segitiga ABC.

a. Gambarlah diagram panah yang menunjukkan korespondensi satu-satu dari himpunan K ke L.

b. Berapa banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin terjadi?

6. Berapa banyak korespondensi satu-satu yang dapat dibuat dari himpunan berikut?

   a. A = {faktor dari 8} dan B = {faktor dari 21}

   b. P = {huruf vokal} dan Q = {bilangan cacah antara 1 dan 7}

7. Berapakah banyak korespondensi satu-satu yang mungkin terjadi antara himpunan A dan himpunan B, jika:

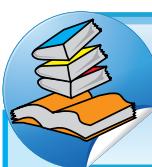
   a. $n(A) = n(B) = 9$

   b. $n(A) = n(B) = 12$

8. Tulislah kejadian sehari-hari di lingkungan sekitarmu yang merupakan contoh korespondensi satu-satu. Ceritakan hasil temuanmu secara singkat di depan kelas.

Untuk lebih memantapkan pemahaman kalian tentang fungsi dan terapannya dalam kehidupan sehari-hari, pilihlah sedikitnya satu dari projek-projek berikut. Kerjakan, tuliskan proses dan hasilnya, serta siapkan bahan untuk presentasi.

Projek 3.1

Pergilah ke operator-operator telepon seluler, atau carilah informasi di internet. Mintalah informasi tentang bagaimana cara mereka menentukan tarif telepon dalam rentang waktu tertentu, kemudian temukan rumusnya. Selanjutnya, buatlah analisis untuk mengetahui manakah operator yang layak digunakan untuk orang awam dan pebisnis. Tuliskan hasil analisis kalian untuk dipresentasikan.

Projek 3.2

Cobalah temukan bentuk-bentuk “PEMBOROSAN” di dalam kehidupan di rumah atau di sekolah (misalnya: membiarkan keran air tetap menetes meskipun sudah dicoba ditutup rapat, menyalakan lampu di siang hari, dan lain-lain). Carilah informasi untuk menentukan resiko pemborosan tersebut, kemudian susun bahan presentasi yang memuat fungsi (kalau ada) untuk meyakinkan bahaya dibiarkannya pemborosan tersebut.

Projek 3.3

Sediakan wadah air berbentuk kotak, berilah tanda ukuran ketinggian permukaan air yang mungkin terjadi (Jika kesulitan membuatnya, gunakan gelas pengukur yang biasa dijual di apotik atau toko alat-alat laboratorium). Kemudian buatlah koordinat Kartesius dengan sumbu-X menyatakan lama waktu penuangan air ke dalam kotak, dan sumbu-Y menyatakan tinggi permukaan air di dalam kotak. Lakukan percobaan air yang menetes dari keran (dengan kecepatan yang stabil) dan buatlah grafik yang memuat hubungan antara lama air menetes dan tinggi permukaan. (Bagaimana kalau kotaknya diganti bentuk lain, tidak tegak lurus, tapi miring, menguncup dan lain sebagainya?)

Pengalaman belajar tentang fungsi telah kalian lalui. Sekarang, cobalah tuliskan hal-hal penting yang menurut kalian sangat berharga dan kira-kira akan bermanfaat bagi kalian untuk belajar lebih jauh dengan menjawab pertanyaan berikut ini.

1. Apa yang kalian ketahui tentang relasi?
2. Apa syarat suatu relasi merupakan fungsi?
3. Mungkinkah ada fungsi dari suatu himpunan ke himpunan itu sendiri?
4. Sebutkan banyak cara menyajikan fungsi.
5. Bagaimana cara menentukan nilai fungsi?
6. Apa ciri dari korespondensi satu-satu?

Kerjakanlah soal-soal berikut ini.

A. Pilihan Ganda

1. Diketahui himpunan P = {1, 2, 3, 5} dan Q = {2, 3, 4, 6, 8, 10}. Jika ditentukan himpunan pasangan berurutan {(1, 2), (2, 4), (3, 6), (5, 10)}, maka relasi dari himpunan P ke himpunan Q adalah ....
   A. kurang dari
   B. setengah dari
   C. dua kali dari
   D. kuadrat dari

2. Empat orang anak bernama Tohir, Erik, Taufiq, dan Zainul mempunyai kesukaan masing-masing. Kesukaan Tohir belajar kelompok dan menulis cerpen, kesukaan Erik bermain komputer dan renang, kesukaan Taufiq menulis cerpen dan renang, dan kesukaan Zainul renang saja. Anak yang mempunyai kesukaan menulis cerpen, tetapi tidak suka belajar kelompok adalah ....
   A. Tohir
   B. Erik
   C. Taufiq
   D. Zainul

3. Diketahui himpunan pasangan berurutan:
   (i) {(0, 0), (2, 1), (4, 2), (6, 3)}
   (ii) {(1, 3), (2, 3), (1, 4), (2, 4)}
   (iii) {(1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5)}
   (iv) {(5, 1), (5, 2), (4, 1), (4, 2)}

   Himpunan pasangan berurutan yang merupakan pemetaan (*fungsi*) adalah ....
   A. (i) dan (ii)
   B. (i) dan (iii)
   C. (ii) dan (iii)
   D. (iii) dan (iv)

4. Antara himpunan $A = \{a, b\}$ dan himpunan B = {1, 2, 3} dapat dibentuk banyak pemetaan dengan ....
   A. 3 cara
   B. 6 cara
   C. 8 cara
   D. 9 cara

5. Bila $P = \{a, b, c\}$ dan $Q = \{1, 2, 3\}$, maka banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin dari P ke Q adalah ....

   A. 3 cara
   B. 6 cara
   C. 9 cara
   D. 27 cara

6. Fungsi $f : x \rightarrow x + 1$ dengan daerah asal $\{2, 4, 6, 8\}$ memiliki daerah hasil ....

   A. $\{2, 4, 6, 8\}$
   B. $\{3, 5, 7, 9\}$
   C. $\{1, 3, 5, 7\}$
   D. $\{2, 3, 4, 5\}$

7. Jika diketahui $f(x) = 2x + 5$ dan $f(x) = –3$, maka nilai dari x adalah ....

   A. –3
   B. –4
   C. –5
   D. –6

8. Diketahui fungsi $f : x \rightarrow 2x – 1$. Pernyataan di bawah ini yang salah adalah ....

   A. $3 \rightarrow 4$
   B. $f(–5) = –11$
   C. jika $f(a) = 5$, maka $a = 3$
   D. bayangan 1 adalah 1

9. Diketahui $G(x) = ax + b$. Jika $G(–2) = –4$ dan $G(–6) = 12$, maka bentuk fungsi G adalah ....

   A. $G(x) = –4x + 12$
   B. $G(x) = –4x – 12$
   C. $G(x) = –2x + 6$
   D. $G(x) = –4x – 6$

10. Daerah asal fungsi yang didefinisikan dengan fungsi f dari x ke $2x – 1$ adalah $\{x \mid -2x < x < 3; x \in B\}$. Daerah hasilnya adalah .....

    A. $\{–3, –1, 1, 3\}$
    B. $\{–2, –3, –1, 1, 3, 4\}$
    C. $\{–2, –1, 0, 1, 3\}$
    D. $\{ –1, 0, 1, 2\}$

11. Jika $A = \{2, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{4, 6, 8, 9, 10\}$, banyaknya pemetaan yang mungkin dari A ke B dan dari B ke A berturut-turut adalah ....

    A. 225 dan 425
    B. 525 dan 225
    C. 525 dan 256
    D. 625 dan 256

12. Fungsi f ditentukan oleh $f(x) = ax + b$. Jika nilai dari fungsi itu untuk $x = -3$ adalah -15 dan nilai dari fungsi itu untuk $x = 3$ adalah 9, nilai dari $f(-2) + f(2)$ adalah ....

   A. -6 C. 4
   B. -4 D. 6

13. Fungsi f ditentukan oleh $f(x) = ax + b$. Jika pasangan-pasangan berurutan $(p, -3)$, $(-3, q)$, $(r, 2)$, $(2, -2)$, dan $(-2, 6)$ adalah anggota dari fungsi itu, nilai p, q, dan r adalah ....

   A. $p = 5$, $q = 6$, dan $r = 2$ C. $p = \frac{5}{2}$, $q = 8$, dan $r = 0$
   B. $p = \frac{3}{2}$, $q = 8$, dan $r = 2$ D. $p = 3$, $q = 6$, dan $r = 3$

14. Diketahui fungsi $f(x) = mx + n$, $f(-1) = 1$, dan $f(1) = 5$. Nilai m dan n berturut-turut adalah…

   A. -2 dan -3 C. -2 dan 3
   B. 2 dan -3 D. 2 dan 3

15. Jika $f(2x + 1) = (x - 12)(x + 13)$, maka nilai dari $f(31)$ adalah ....

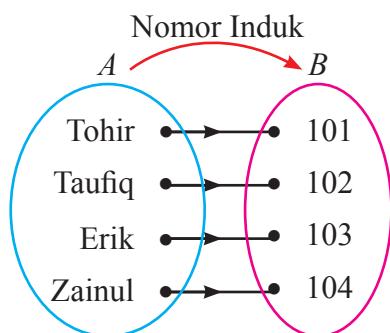
   A. 46 C. 66
   B. 64 D. 84

16. Misalkan $f(x)$ adalah fungsi yang memenuhi
   (a) untuk setiap bilangan real x dan y, maka $f(x + y) = x + f(y)$ dan
   (b) $f(0) = 2$

   Nilai dari $f(2.016)$ adalah ....

   A. 2.015 C. 2.017
   B. 2.016 D. 2.018

17. Diketahui fungsi bilangan real $f(x) = \frac{x}{1-x}$, untuk $x \neq 1$

Nilai dari $f(2.016) + f(2.015) + ... + f(3) + f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) + ... + f\left(\frac{1}{2.015}\right) + f\left(\frac{1}{2.016}\right)$ adalah ...

A. –4.034
B. –4.032
C. –4.030
D. –4.028

18. Untuk setiap bilangan bulat x didefinisikan fungsi f dengan $f(x)$ adalah banyaknya angka (digit) dari x.

Contoh: $f(216) = 3$, dan $f(2.016) = 4$. Nilai $f(2^{2.016}) + f(5^{2.016})$ adalah ....

A. 2.015
B. 2.016
C. 2.017
D. 2.018

19. Perhatikan diagram berikut ini.

Pernyataan yang dapat kamu simpulkan dari diagram panah di atas adalah sebagai berikut.

(i) Setiap siswa tepat mempunyai nomor induk satu. Jadi, setiap anggota A hanya mempunyai tepat satu dengan anggota B.

(ii) Dengan demikian pengertian dari korespondesi satu-satu adalah beberapa dari anggota himpunan A maupun dari anggota B hanya mempunyai satu kawan.

(iii) Setiap siswa bisa mempunyai nomor induk lebih dari satu. Jadi, setiap anggota A bisa mempunyai lebih satu dengan anggota B.

(iv) Dengan demikian pengertian dari korespondesi satu-satu adalah setiap dari anggota himpunan A maupun dari anggota B hanya mempunyai satu kawan.

Pernyataan yang benar dari kesimpulan di atas adalah ....

A. (i) dan (ii) C. (i) dan (iv)

B. (ii) dan (iii) D. (ii) dan (iv)

20. Jika $X = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ dan $Y = \{a, b, c, d, e\}$, banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin terjadi adalah ....

    A. 24 C. 540

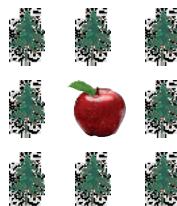
    B. 120 D. 720

B. Esai

1. Diketahui himpunan $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ dan relasi dari A ke B menyatakan "kurang dari ". Nyatakan relasi tersebut dalam:
    a. diagram panah,
    b. himpunan pasangan berurutan, dan
    c. diagram Kartesius.

2. Jika $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ dan $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, nyatakan relasi dari A ke B yang menyatakan hubungan "dua kali dari" dalam:
    a. gambarlah diagram panah,
    b. himpunan pasangan berurutan, dan
    c. gambarlah diagram Kartesius.

3. Pak Mahir mempunyai tiga anak bernama Budi, Ani, dan Anton. Pak Ridwan mempunyai dua anak bernama Alex dan Rini. Pak Rudi mempunyai seorang anak bernama Suci.
    a. Nyatakan dalam diagram panah, relasi "ayah dari".
    b. Apakah relasi tersebut merupakan fungsi? Jelaskan.
    c. Nyatakan dalam diagram panah, relasi "anak dari".
    d. Apakah relasi pada soal c merupakan fungsi? Jelaskan.

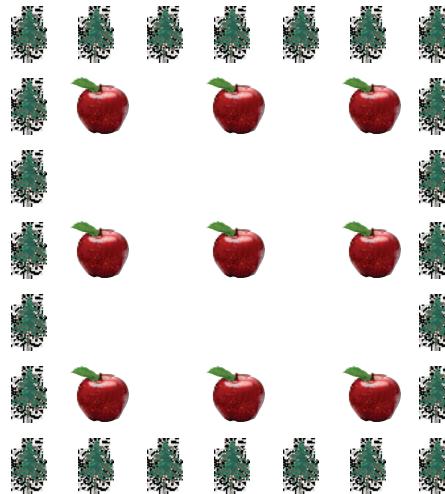
4. Diketahui suatu relasi dari himpunan P ke himpunan Q yang dinyatakan dengan himpunan pasangan berurutan $\{(-1, 2), (1, 4), (3, 6), (5, 8), (7, 10)\}$.
    a. Sebutkan anggota-anggota himpunan P dan Q.

b. Sebutkan dua relasi lain yang mungkin dari himpunan P ke himpunan Q.
c. Gambarlah koordinat Kartesius dari relasi tersebut.
d. Jika himpunan P merupakan daerah asal dari relasi (b) dan dengan melihat koordinat Kartesius pada (c), apakah relasi dari himpunan P ke himpunan Q merupakan fungsi?

5. Diketahui suatu relasi dari himpunan A ke himpunan B yang dinyatakan dengan himpunan pasangan berurutan {(–2, 4), (–1, –3), (2, 6), (7,10), (8, –5)}.
   a. Tulislah himpunan A dan B.
   b. Gambarlah koordinat Kartesius dari relasi tersebut.
   c. Apakah relasi itu merupakan fungsi? Jelaskan.

6. Fungsi f didefinisikan dengan rumus $f(x) = 5 - 3x$ dan diketahui daerah asalnya adalah {–2, –1, 0, 1, 2, 3}.
   a. Buatlah tabel dan himpunan pasangan berurutan dari fungsi tersebut.
   b. Gambarlah grafiknya.

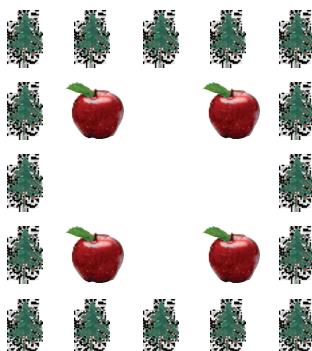
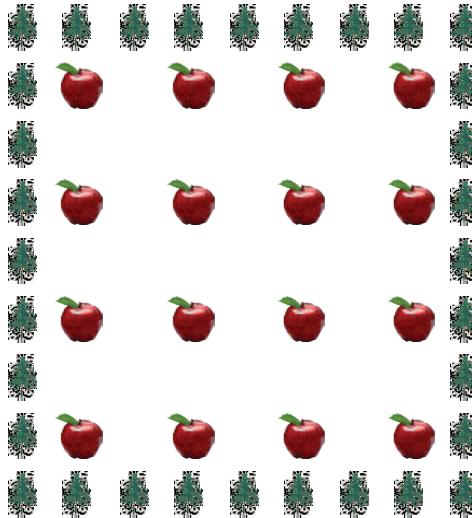
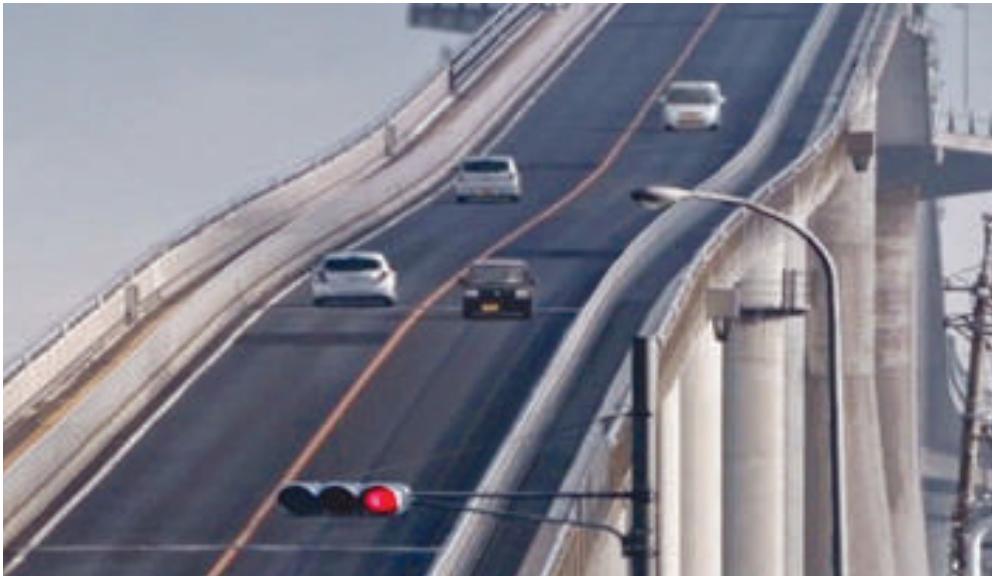
7. Misalkan ada suatu fungsi f dari x ke $4x - 2$.
   a. Tentukan rumus fungsinya
   b. Tentukan bayangan (daerah hasil) dari 2, –2, 4, –4, $\frac{1}{2}$, dan $2\frac{1}{2}$.
   c. Jika 8 adalah bayangan dari p, tentukanlah nilai p.

8. Sebuah rumah mempunyai bak penampung air. Melalui sebuah pipa, air dialirkan dari bak penampungan ke dalam bak mandi. Volume air dalam bak mandi setelah 5 menit adalah 25 liter dan setelah 12 menit adalah 46 liter. Volume air dalam bak mandi setelah dialiri air selama t menit dinyatakan sebagai $V(t) = V_0 + at$ liter, dengan V_0 adalah volume air dalam bak mandi sebelum air dialirkan dan a adalah debit air yang dialirkan setiap menit.
   a. Tentukan volume air dalam bak mandi sebelum air dialirkan.
   b. Berapa volume air dalam bak mandi setelah 27 menit?

9. Tentukan sebuah himpunan yang mungkin dapat berkorespondensi satu-satu dengan himpunan:
   a. {bilangan prima kurang dari 19}
   b. {banyak jari tangan manusia}
   c. {huruf vokal}
   d. {lagu kebangsaan}
   e. {mata pelajaran UN SMP}
   f. { faktor dari 12 }
   g. {bulan yang lamanya 30 hari}
   h. {bilangan asli}

Pohon Apel

10. Seorang petani menanam pohon apel dalam pola persegi. Untuk melindungi pohon apel tersebut dari angin ia menanam pohon pinus di sekeliling kebun. Di bawah ini terdapat gambar situasi yang memperlihatkan pola pohon apel dan pohon pinus untuk sebarang banyaknya (n) kolom pohon apel.

(a) $n = 1$

(c) $n = 3$

Lengkapi tabel di bawah ini.

n	Banyaknya Pohon Apel	Banyaknya Pohon Pinus
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		
6		
7		

Misalkan petani ingin membuat kebun yang lebih besar dengan banyak baris pohon. Ketika petani membuat kebun lebih besar, yang mana yang akan meningkat lebih cepat, jumlah pohon apel atau jumlah pohon pinus? Jelaskan bagaimana kamu memperoleh jawabannya.

Bab 4

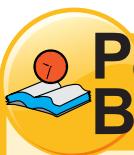
Persamaan Garis Lurus

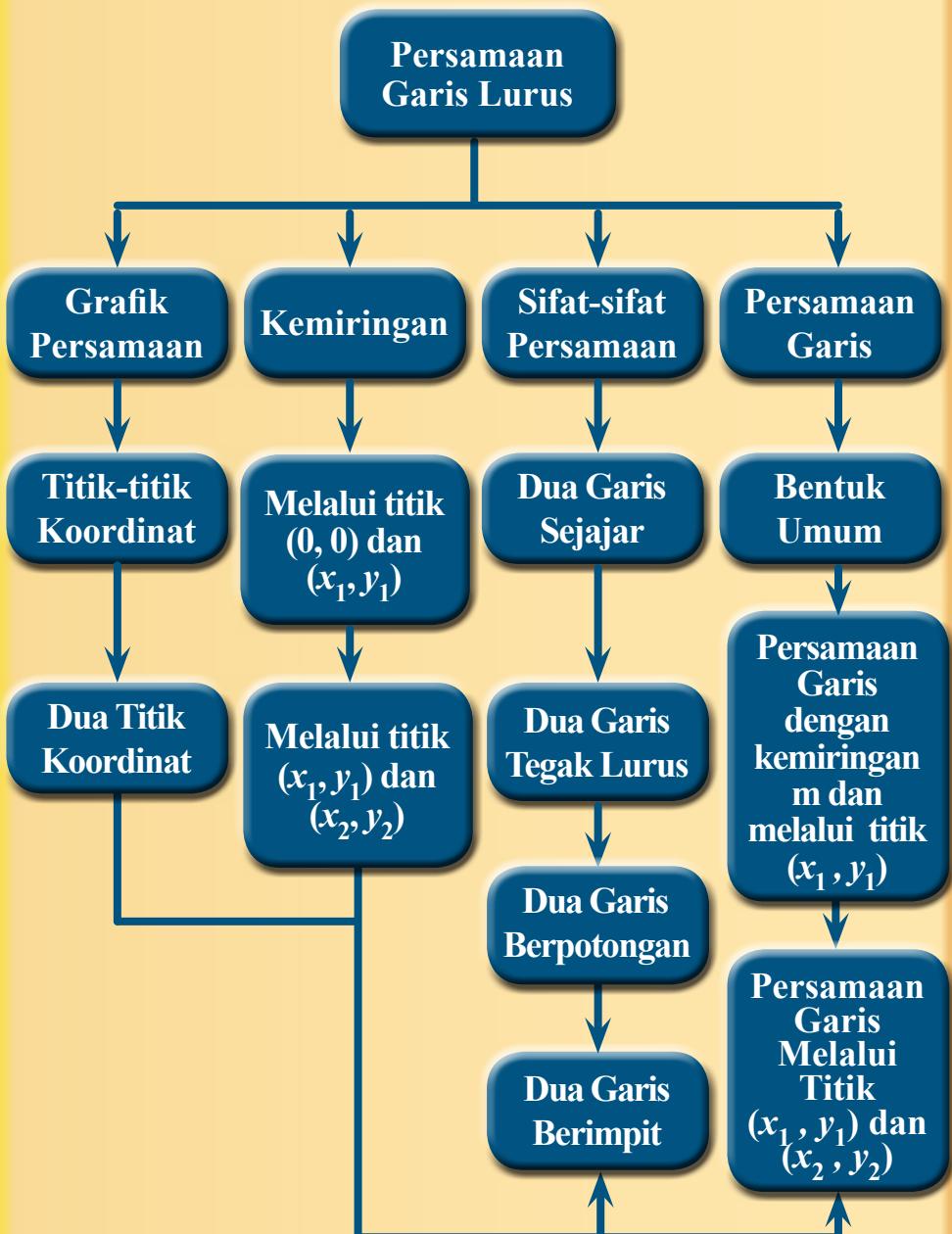
Sumber: Kemdikbud

Jalan bergelombang

Ketika kalian naik mobil, sepeda, atau jenis kendaraan lainnya, pastilah pernah melewati jalan yang mendatar, jalan yang turun, dan jalan yang naik. Jalan yang naik atau turun biasanya memiliki kemiringan tertentu yang sudah diperhitungkan tingkat kemiringannya, sehingga aman dan nyaman untuk dilewati kendaraan. Jalan yang menanjak juga memiliki kemiringan. Jika terlalu curam, kendaraan akan mengalami kesulitan untuk melintasinya.

Selain jalan, dalam kehidupan sehari-hari banyak benda-benda yang harus dihitung tingkat kemiringannya. Misalnya tangga yang berada gedung bertingkat sudah diperhitungkan dengan cermat dan teliti tingkat kemiringannya sehingga aman dan nyaman untuk manusia. Seorang arsitek merancang tangga dan jalan titian dengan memperhatikan kemiringan untuk keamanan dan kenyamanan pengguna. Tempat parkir pun demikian. Jika tempat parkir terlalu miring, tidak aman bagi pengendara maupun mobil.

Dalam bab ini, kalian akan mempelajari cara menghitung kemiringan suatu garis, cara menggambar grafik garis lurus, menentukan persamaan garis lurus, dan manfaat garis lurus dalam pemecahan masalah sehari-hari.

Kata Kunci

- *Persamaan garis lurus*
- *Grafik*
- *Kemiringan*
- *Titik potong*

Kompetensi Dasar

3.4 *Menganalisis fungsi linear (sebagai persamaan garis lurus) dan menginterpretasikan grafiknya yang dihubungkan dengan masalah kontekstual*

4.4 *Menyelesaikann masalah kontekstual yang berkaitan dengan linear sebagai persamaan garis lurus*

Pengalaman Belajar

1. *Menggambar grafik persamaan garis lurus.*
2. *Menentukan gradien garis lurus.*
3. *Menentukan persamaan garis lurus.*

Peta Konsep
Persamaan Garis Lurus
Grafik Persamaan
Kemiringan
Sifat-sifat Persamaan
Persamaan Garis
Titik-titik Koordinat
Melalui titik (0, 0) dan (x_1, y_1)
Dua Garis Sejajar
Bentuk Umum
Dua Titik Koordinat
Melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2)
Dua Garis Tegak Lurus
Persamaan Garis dengan kemiringan m dan melalui titik (x_1, y_1)
Dua Garis Berpotongan
Dua Garis Berimpit
Persamaan Garis Melalui Titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2)

Rene Descartes
(1596 - 1650 M)

René Descartes
(31 Maret 1596 - 11 Februari 1650).

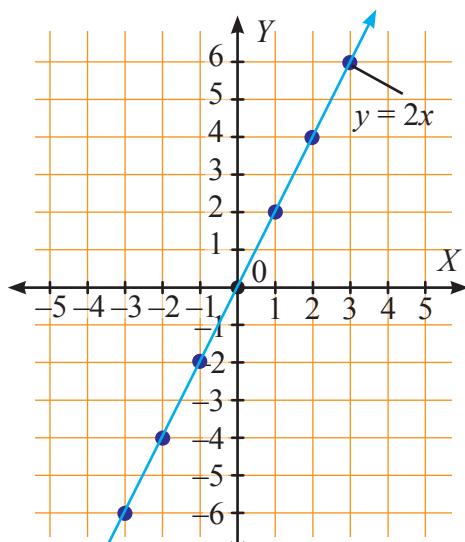
Kemiringan menentukan posisi suatu garis terhadap koordinat x dan koordinat y. Perhitungan matematis ini adalah salah satu materi dari geometri analitik dengan bantuan aljabar. Jadi, untuk pertanyaan "siapakah yang menemukan kemiringan?" tentunya jawabannya adalah René Decartes. René Decartes adalah bapak geometri analitik. Dia adalah seorang matematikawan Prancis, fisikawan, filsuf, dan teolog. Banyak ahli matematika mengakui dia sebagai orang yang menemukan rumus kemiringan. Dia dikatakan telah memberikan sebuah metode untuk memecahkan masalah garis dan kemiringan dalam masalah aljabar dan geometri.

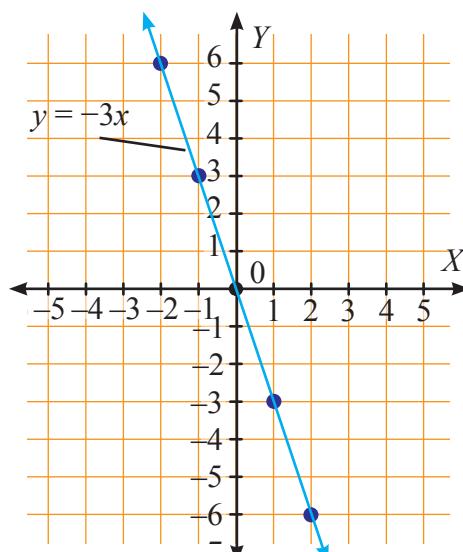
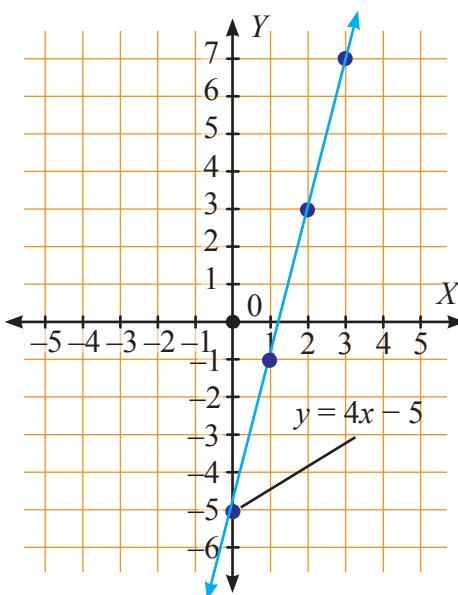
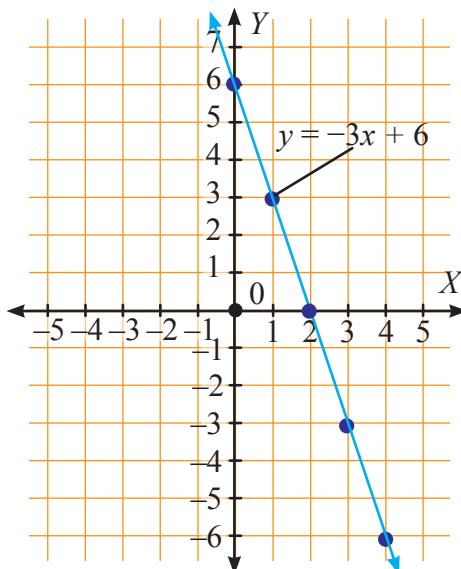
Rumus kemiringan dasar adalah $y = mx + b$ sementara rumus kemiringan adalah $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Dia adalah orang pertama yang memperkenalkan penyelesaian untuk kemiringan dan persamaan linear. Meskipun tidak banyak tulisan yang menunjukkan secara langsung bahwa dia sebagai penemu rumus kemiringan, banyak matematikawan mengatakan bahwa rumus kemiringan tersebut adalah miliknya.
Descartes menonjol dalam Revolusi Ilmiah pada masanya. Dia meninggal pada Februari 1650 pada usia 54.

Beberapa hikmah yang bisa kita petik antara lain:

1. Kita harus mengembangkan ilmu kita, untuk kemajuan pendidikan.
2. Menuntut ilmu harus dengan rasa ikhlas, tanpa mengharapkan pujian dari orang lain.
3. Segala sesuatu yang kita pelajari akan bermanfaat untuk orang lain.

(*Sumber: id.wikipedia.org*)

Grafik Persamaan Garis Lurus

Tentu siswa masih ingat koordinat Kartesius. Salah satu manfaat koordinat Kartesius adalah untuk menggambar garis lurus. Untuk membuat garis lurus dengan persamaan tertentu, misal $y = 2x$ dapat dinyatakan dalam persamaan linear dua variabel yaitu $2x - y = 0$. Bagaimana cara menentukan dua selesaian dari persamaan linear dua variabel tersebut?

Bentuk umum persamaan $y = 2x + 1$ dapat dituliskan sebagai $y = mx + c$ dengan x dan y variabel, c konstanta dan m adalah *koefisien arah* atau *kemiringan.*

Coba amati beberapa garis lurus pada koordinat Kartesius berikut ini

Gambar 1 Gambar 2

Gambar 4.1- 4.4 Garis-garis lurus pada koordinat Kartesius

Dari keempat gambar yang diberikan di atas, pertanyaan apakah yang muncul di benak kalian? Beberapa contoh pertanyaan adalah sebagai berikut.

1. Apa syarat suatu persamaan grafiknya berupa garis lurus?
2. Apakah ada persamaan garis lurus yang memotong sumbu-X dan sumbu-Y tepat di satu titik?

Coba buat pertanyaan lain dari keempat gambar di atas.

Agar lebih jelas bagaimana menggambar persamaan garis lurus, coba perhatikan contoh berikut ini

Lengkapi tabel berikut dan gambar grafik persamaan $4x - y = 5$.

x	y
2	3
0	−5
1	−1
−1	...
...	0

Untuk $x = -1$, kita peroleh $4x - y = 5$

$4(-1) - y = 5$ *substitusi $x = -1$*

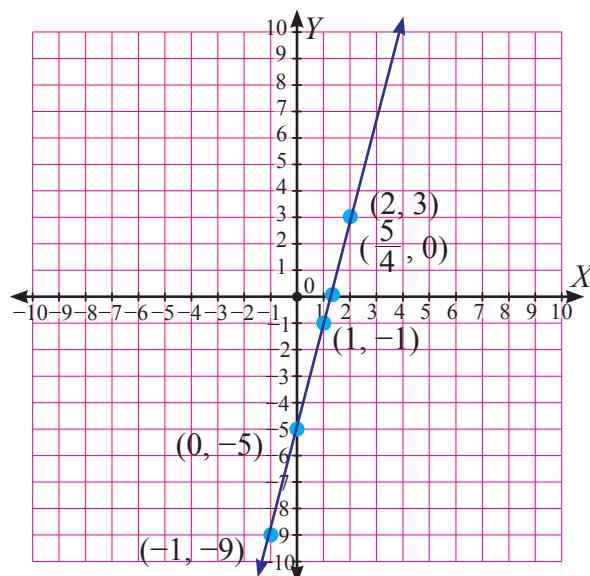
$-4 - y = 5$ *sederhanakan*

$-y = 5$ *tambahkan kedua ruas oleh 4*

$y = 9$ *kalikan kedua ruas oleh −1*

Untuk $y = 0$, kita peroleh $4x - y = 5$ *tulis persamaan*

$4x - 0 = 5$ *substitusi $y = 0$*

$4x = 5$ *sederhanakan*

$x = \frac{5}{4}$ *bagi kedua ruas oleh 4*

Tabel setelah dilengkapi adalah

x	y
2	3
0	−5
1	−1
−1	−9
$\frac{5}{4}$	0

Dari tabel di atas, diperoleh pasangan berurutan (2, 3), (0, −5), (1, −1), $(-1,-9)$, dan $(\frac{5}{4}, 0)$ yang merupakan titik-titik pada koordinat Kartesius yang membentuk garis lurus. Setiap pasangan berurutan tersebut adalah selesaian persamaan $4x - y = 5$.

Titik-titik selesaian tersebut jika dihubungkan akan membentuk garis lurus. Gambar garis yang melalui titik-titik adalah sebagai berikut.

Gambar 4.5 Garis lurus pada koordinat Kartesius

Garis lurus tersebut menunjukkan semua selesaian persamaan $4x - y = 5$. Setiap titik pada garis merupakan selesaian persamaan.

Coba perhatikan kembali **Gambar 4.1 - 4.4** di atas, dan jawablah pertanyaan berikut ini

1. Apa perbedaan antara gambar 1, Gambar 2, Gambar 3, dan Gambar 4? Jelaskan.
2. Apa kesamaan dan perbedaan antara Gambar 1 dan Gambar 3?
3. Apa kesamaan dan perbedaan antara Gambar 2 dan Gambar 4?
4. Bagaimanakah perpotongan keempat garis dari keempat gambar terhadap sumbu-*X* dan sumbu-*Y*?

Coba diskusikan hasil pekerjaan kalian dengan teman sebangku atau kelompok kecil. Diskusikan jika ada perbedaan.

Untuk menggambar garis lurus, tidak perlu menentukan semua titik yang akan dilalui oleh garis tersebut. Akan tetapi cukup menentukan dua titik yang berbeda untuk menggambar suatu garis lurus. Oleh karena itu, agar kalian dapat menggambar garis lurus dengan dua titik yang berbeda, coba amati contoh berikut.

Gambarlah grafik $y = -\frac{1}{2}x - 1$ dengan menentukan titik potong sumbu-X dan sumbu-Y

Kita akan memulainya dengan menentukan titik potong sumbu.

Titik potong sumbu-X, maka $y = 0$.

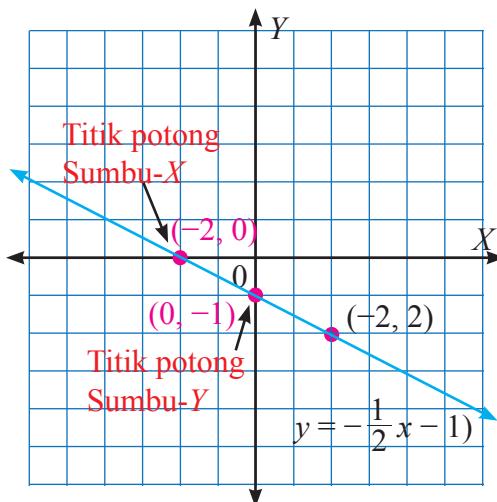
$$y = -\frac{1}{2}x - 1$$

$$0 = -\frac{1}{2}x - 1 \qquad \textit{substitusi } y = 0$$

$$1 = -\frac{1}{2}x \qquad \textit{tambahkan kedua ruas oleh } 1$$

$$-2 = x \qquad \textit{kalikan kedua ruas oleh } -2$$

Jadi, titik potong sumbu-X adalah $(-2, 0)$.

Titik potong sumbu-Y, maka $x = 0$.

$$y = -\frac{1}{2}x - 1$$

$y = -\frac{1}{2}(0) - 1$ *substitusi $x = 0$*

$y = -1$ *sederhanakan*

Titik potong sumbu-Y adalah $(0, -1)$.

Jika kedua titik tersebut dihubungkan, maka terbentuklah garis lurus dari persamaan $y = -\frac{1}{2}x - 1$, seperti pada gambar berikut ini

Gambar 4.7 Grafik persamaan garis lurus $y = -\frac{1}{2}x - 1)$

1. Berdasarkan kedua contoh tersebut,
   a. Contoh yang mana yang lebih mudah dalam menggambar persamaan garis lurus.
   b. Apa yang dapat kalian simpulkan dalam menggambar persamaan garis lurus, cukupkah hanya dengan menentukan dua titik saja atau harus beberapa titik pada bidang koordinat untuk membuat garis lurus?
   c. Apakah ada persamaan garis lurus yang hanya memotong salah satu sumbu saja? Jika ada bagaimana bentuk persamaannya?
2. Gambarlah garis dengan persamaan berikut dengan cara menentukan titik potong dengan sumbu-X dan sumbu-Y.

a. $y = 3x + 4$
b. $y + 2x = 6$
c. $2x + 3y = 6$
d. $3y + 4x - 5 = 0$

Coba cocokkan hasil pekerjaan kalian dengan temanmu dan ajari temanmu jika belum bisa

1. Mana di antara persamaan di bawah ini yang termasuk persamaan garis lurus?
   a. $x + 3y = 0$
   b. $x^2 + 2y = 5$
   c. $3y + 3x = 3^2$
   d. $\frac{y}{3} + 3x = 12$
   e. $\sqrt{4y} + 3x - 6 = 0$
   f. $y^2 + x^2 = 12$

2. Diketahui persamaan garis $2y = 3x - 6$ lengkapilah tabel berikut

x	–4	–2	0	2	4	6
y						
(x, y)						

3. Gambarlah garis yang memiliki persamaan berikut.
   a. $2x = 6y$
   b. $3y - 4 = 4y$
   c. $4x + 2y = 6$
   d. $y + 3x - 4 = 0$

Untuk mengetahui penggunaan persamaan garis lurus dalam kehidupan sehari, coba amati **Masalah 4.1** berikut

Perusahaan diizinkan untuk menurunkan harga aset yang dimiliki. Praktik akuntansi ini disebut depresiasi garis lurus. Dalam prosedur ini, rentang umur manfaat aset ditentukan dan kemudian aset tersebut menyusut dengan jumlah yang sama setiap tahun sampai harga kena pajak dari aset tersebut sama dengan nol. CV. Torik Mega Jaya membeli sebuah truk baru seharga Rp360.000.000,00. Harga truk akan mengalami penyusutan Rp12.000.000,00 per tahun. Persamaan penyusutan sebagai berikut $y = 360.000.000 - 12.000.000x$, dengan y menyatakan harga truk dan x adalah usia truk dalam tahun.

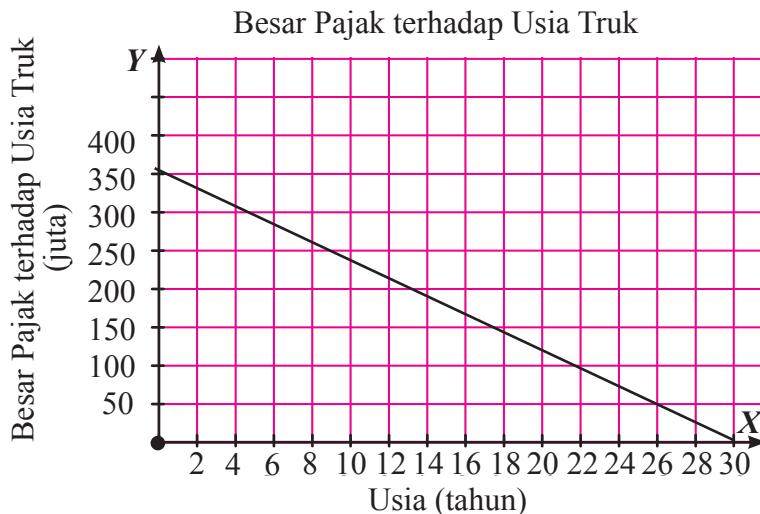
a. Tentukan titik potong garis dengan sumbu-X dan sumbu-Y. Gambar grafik persamaan pada bidang koordinat yang menunjukkan penyusutan harga truk.

b. Menunjukkan apakah titik potong garis dengan sumbu-X dalam masalah ini?

c. Menunjukkan apakah titik potong garis dengan sumbu-Y dalam masalah ini?

a. Untuk menentukan titik potong garis dengan sumbu-X, substitusi $y = 0$.

$0 = 360.000.000 - 12.000.000x$

$12.000.000x = 360.000.000$

$x = 30$

Titik potong garis dengan sumbu-X adalah (30, 0)

Untuk menentukan titik potong garis dengan sumbu-Y, substitusi $x = 0$

$y = 360.000.000 - 12.000.000(0)$

$y = 360.000.000$

Gambar 4.8 Grafik penurunan nilai pajak terhadap usia truk

b. Titik potong garis dengan sumbu-X adalah (30, 0) menunjukkan bahwa ketika truk berusia 30 tahun, besar harga truk adalah Rp0,00.

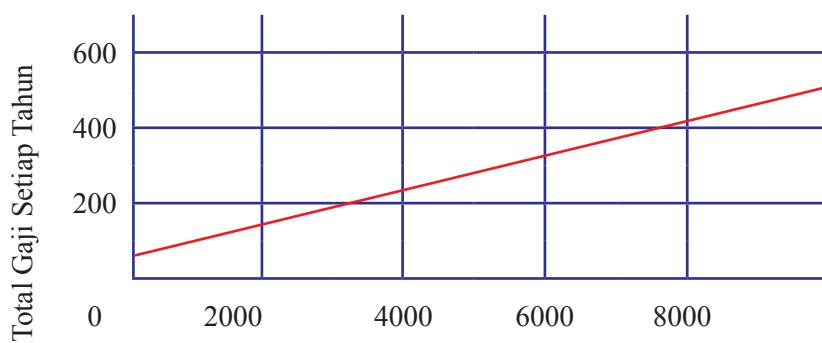
c. Titik potong garis dengan sumbu-Y adalah (0, 360.000.000) menunjukkan bahwa ketika baru (0 tahun), besar harga truk adalah Rp360.000.000,00.

Tulislah pertanyaan jika ada bagian yang belum dimengerti tentang contoh tersebut.

1. Pak Anton mempunyai kebun kopi. Pada tahun 2010 kopi yang dihasilkan mencapai 1.500 kg dan pada tahun 2015 kopi yang dihasilkan meningkat menjadi 2.500 kg.
   a. Gambarlah garis dalam koordinat Kartesius yang menunjukkan keadaan tersebut.
   b. Tentukan persamaan garis lurus yang menunjukkan keadaan tersebut.

2. Gambarlah garfik dari persamaan berikut.

   a. $y = \frac{1}{4}x$

   b. $y = 4x - 8$

Tuliskan hasil diskusi di buku tulis kalian, kemudian tukarkan dengan teman kalian yang lain. Paparkan hasil diskusi kalian di depan kelas dan beri komentar secara santun.

1. Gambarlah grafik persamaan garis berikut pada bidang koordinat.
   a. $y = 5x$
   b. $y = 4x - 1$
   c. $x = 2y - 2$
   d. $y = 2x + 3$
   e. $x - 3y + 1 = 0$

2. Seorang manajer pemasaran memperoleh gaji sebesar Rp100.000.000,00 per tahun ditambah 5% komisi dari total penjualan selama setahun. Gaji tahunan yang dia peroleh dinyatakan dalam persamaan berikut. y menyatakan gaji tahunannya dan x menyatakan total penjualan tiap tahun.

a. Berapakah gaji manajer tersebut selama setahun jika total penjualan sebesar Rp5.000.000.000,00?
b. Berapakah gaji manajer tersebut selama setahun jika total penjualan sebesar Rp3.000.000.000,00?
c. Apakah maksud dari koordinat titik potong garis dengan sumbu-Y dalam masalah ini?

3. Gambarlah grafik persamaan $y = x + 2$, $y = 2x + 2$, dan $y = 2x - 3$ pada bidang koordinat yang sama. Apa dampak perubahan grafik dari $1x$ menjadi $2x$ dan menjadi $4x$? Jelaskan.

4. Gambarlah grafik persamaan $y = 2x + 2$, $y = x + 5$, dan $y = 2x - 3$ pada bidang koordinat yang sama. Apa dampak perubahan grafik dari $+2$, $+5$, dan -3? Jelaskan.

5. Gambarlah grafik persamaan $y = 2x + 4$, $y = 2x - 8$, $y = 6$, dan $y = 2$ pada bidang koordinat yang sama. Berbentuk apakah perpotongan keempat grafik persamaan tersebut? Tentukan luas bangun yang terbentuk dari titik potongan keempat grafik persamaan tersebut.

6. Gambarlah grafik $x + y = 1$, $x + y = -1$, $x - y = 1$, dan $x - y = -1$. Apakah bentuk bangun dari perpotongan keempat garis tersebut?

Menentukan Kemiringan Persamaann Garis Lurus

Tangga untuk tempat tidur tingkat seperti tampak pada gambar di samping merupakan salah satu contoh penerapan garis lurus dalam kehidupan sehari-hari. Agar tangga aman, nyaman, dan tidak berbahaya jika dinaiki, maka harus ditentukan dengan tepat kemiringan tangga tersebut.

Gambar 4.9 Tempat tidur dengan tangga

Persamaan berikut menyatakan pengertian gradien (kemiringan garis).

$$\text{Kemiringan} = \frac{\text{perubahan panjang sisi tegak } (\textit{vertikal})}{\text{perubahan panjang sisi mendatar } (\textit{horizontal})}$$

Untuk memahami lebih jelas tentang kemiringan suatu garis coba amati beberapa garis lurus berikut.

Tabel 4.1 Kemiringan persamaan garis lurus yang melalui titik (0, 0)

No.	Persamaan Garis Lurus	Salah satu titik yang dilalui	Kemiringan /Gradien (m)	Grafik
1	$y = 2x$	(1, 2)	2 atau $\frac{2}{1}$ *artinya* 2 satuan ke atas dan 1 satuan ke kanan	$y = 2x$; $m=1$; +2; +1
2	$y = –2x$	(–1, 2)	–2 atau $\frac{2}{-1}$ *artinya* 2 satuan ke atas dan 1 satuan ke kiri	$y = –2x$; $m=–2$; +1; +2

No.	Persamaan Garis Lurus	Titik lain yang dialui	Kemiringan /Gradien (m)	Grafik
3	$y = 2x - 4$	(3, 2)	2 atau $\frac{2}{1}$ atau $\frac{2-0}{3-2}$ *artinya* 2 satuan ke atas dan 1 satuan ke kanan	$y = 2x - 4$; +2; +1; $m=2$
4	$y = -2x + 6$	(–1, 8)	–2 atau $\frac{6}{-3}$ atau $\frac{8-2}{-1-2}$ *artinya* 6 satuan ke atas dan 3 satuan ke kiri	$y = -2x + 6$; –3; +6; $m= -2$

Berdasarkan pengamatan kalian terhadap empat jenis garis lurus tersebut, tentu ada yang perlu kalian tanyakan berkaitan dengan kemiringan, coba tulislah pertanyaan yang akan kalian tanyakan, misalnya:

1. Mengapa ada garis yang miring ke kanan dan miring ke kiri?
2. Apa perbedaan garis yang melalui titik pusat dengan yang tidak melalui titik pusat?

Dalam rangka membangun pengetahuan kalian agar lebih lengkap tentang kemiringan suatu garis, coba lengkapi tabel berikut ini

No.	Persamaan Garis Lurus	Salah satu titik yang dilalui	Kemiringan /Gradien (m)	Grafik
1	$y = \frac{1}{3}x - 1$	(9, 2)	...	
2	$y = -\frac{1}{4}x - 2$	...	$-\frac{1}{4}$ atau $\frac{2}{-8}$ atau $\frac{-1+3}{-4-4}$ *artinya* 2satuan ke atas dan 8 satuan ke kiri.	

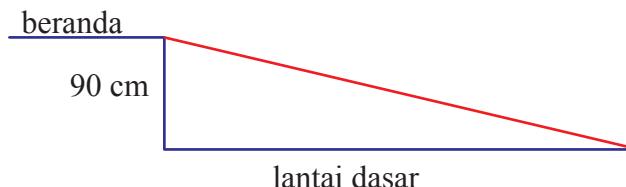
3	$y = \frac{2}{3}x + 5$	(6, 9)	...	
4	$y = 4x + 3$	...	...	
5	$y = ax + b$	(x_2, y_2)	...	

Berdasarkan tabel nomor 5 dapat disimpulkan bahwa persamaan garis yang melalui sembarang titik (x_1, y_1) dan bergradien m adalah $y - y_1 = m(x - x_1)$

Tentukan persamaan garis yang melalui titik $A(3, 4)$ dan bergradien 2

Titik $A(3, 4)$, maka $x_1 = 3$ dan $y_1 = 4$ dan $m = 2$.

Persamaan garisnya adalah

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y - 4 &= 2(x - 3) \\ y - 4 &= 2x - 6 \\ y &= 2x - 6 + 4 \\ y &= 2x - 2 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan garis yang melalui titik $A(3, 4)$ dan bergradien 2 adalah $y = 2x - 2$.

Sekarang perhatikan masalah berikut. **Gambar 4.10** di bawah ini menunjukkan serambi belakang sekolah. Sebuah jalan khusus bagi pengguna kursi roda akan dibangun untuk memudahkan mereka. Jika panjang jalan yang akan dibangun 7 meter mulai bibir beranda, apakah memenuhi syarat keamanan untuk pengguna kursi roda?

Gambar 4.10 Serambi belakang sekolah

Berapakah panjang jalan terpendek yang dapat dibangun supaya aman bagi pengguna kursi roda?

Perhatikan **Gambar 4.10** di atas, tinggi beranda dari lantai dasar adalah 90 cm dan panjang jalan dari bibir beranda adalah 7 m atau 700 cm. Sehingga, kemiringan jalan yang akan dibangun dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\text{Kemiringan} = \frac{\text{perubahan panjang sisi tegak (tinggi beranda)}}{\text{perubahan panjang sisi mendatar (panjang jalan dari bibir beranda)}}$$

$$= \frac{90}{700}$$

$$= \frac{9}{70} \approx 0,129$$

Jadi, jalan yang dibangun memenuhi syarat keamanan untuk pengguna kursi roda, karena kemiringan jalan yang akan dibangun kurang dari 0,15.

Tahukah kamu, negeri kanguru, Australia, memiliki peraturan perundang-undangan untuk kemiringan suatu jalan atau lintasan.

- Kemiringan jalan untuk pengguna kursi roda tidak boleh lebih dari 0,15.
- Kemiringan tempat parkir yang aman tidak boleh lebih dari 0,25.
- Kemiringan tangga suatu bangunan tidak boleh lebih dari 0,875
- Kemiringan trotoar bagi pejalan kaki tidak boleh lebih dari 0,325.

Untuk menentukan panjang jalan terpendek yang dapat dibangun supaya aman bagi pengguna kursi roda, maka kemiringan jalan yang dianjurkan adalah 0,15.

Misalkan panjang jalan terpendek yang diminta adalah x, sehingga dilakukan penghitungan sebagai berikut.

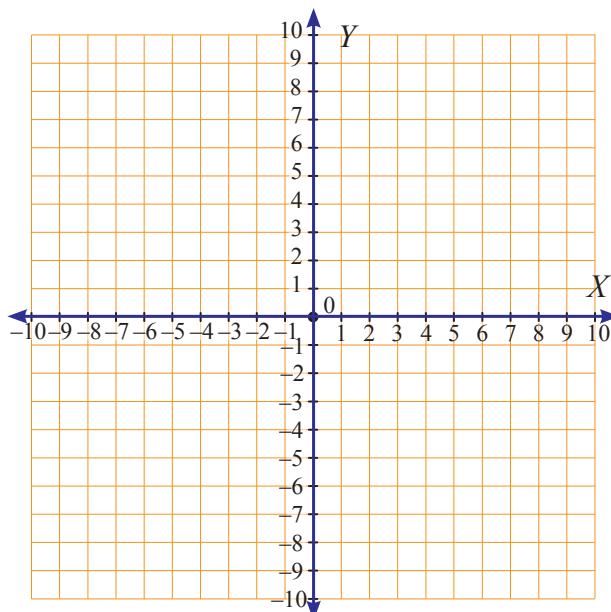
$$\text{Kemiringan} = \frac{\text{perubahan panjang sisi tegak (tinggi beranda)}}{\text{perubahan panjang sisi mendatar (panjang jalan terpendek)}}$$

$0,15 = \frac{90}{x}$ *substitusikan ukuran yang diketahui*

$0,15x = 90$ *kalikan keda ruas oleh x*

$x = 600$ *bagi kedua ruas oleh* 0,15

Jadi, panjang jalan terpendek dari bibir tangga adalah 600 cm atau 6 m.

Untuk memahami cara menentukan persamaan garis lurus, diskusikan dengan temanmu tentang hal-hal berikut.

1. Apa yang kalian ketahui tentang kemiringan pada garis lurus?
2. Apa persamaan garis lurus jika kemiringan dan titik yang dilalui diketahui?

Kemiringan (m)	Titik yang dilalui	Persamaan garis lurus
2	(0, 0)	$y = 2x$
−2	(0, 0)	$y = -2x$
3	(0, 0)	...
−3	(0, 0)	...
0	(1, 1)	$y = -1$
0	(−1, −1)	...
1	(0, 2)	$y = x + 2$
2	(1, −2)	...

Gambarlah grafik persamaan garis lurus dengan gradien berikut.

a. $m = -\frac{1}{2}$

b. $m = -1$

c. $m = -2$

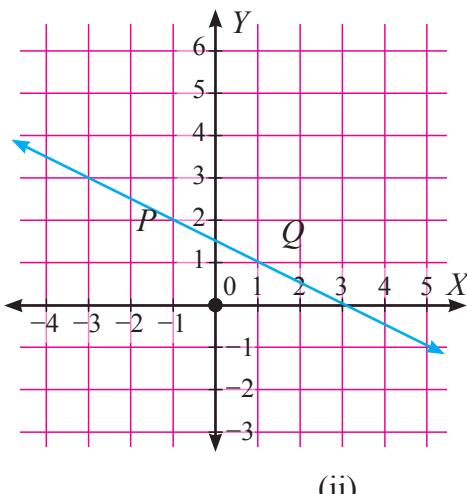
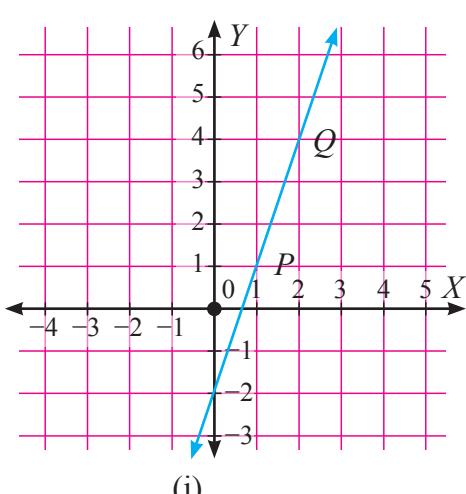
d. $m = \frac{1}{2}$

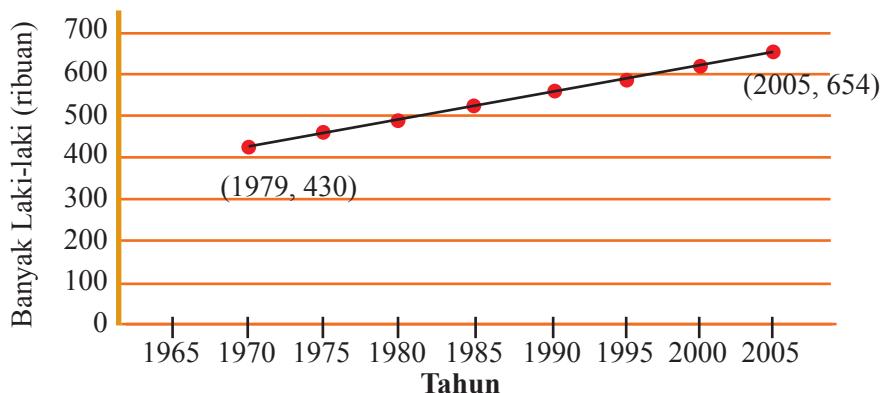
e. $m = 1$

f. $m = 2$

Perhatikan garis yang telah kalian gambar. Bagaimanakah kemiringan garis tersebut?

Apa simpulan kalian tentang hubungan antara gradien (kemiringan) dengan gambar garis lurus?

Tuliskan hasil diskusi di buku tulis kalian, kemudian tukarkan dengan teman kalian yang lain.

1. Tentukan kemiringan tangga ranjang di bawah ini.

2. Pada tiap-tiap diagram berikut P dan Q meupakan dua titik pada garis.

a. Tentukan kemiringan setiap garis.

b. Pilihlah dua titik lain dan hitunglah kemiringannya. Apakah kemiringannya juga berubah? Mengapa?

3. Jelaskan cara menentukan kemiringan garis lurus yang melalui dua titik berikut.

   a. (2, 3) dan (6, 8)   b. (−4, 5) dan (−1, 3)

4. Gambarkan grafik jika diketahui unsur-unsur berikut.

   a. (1, 1) dengan kemiringan $\frac{2}{3}$

   b. (0, −5) dengan kemiringan 3

   c. (−2, 2) dengan kemiringan 0

5. Garis yang melalui titik $A(-2, 3)$ dan $B(2, p)$ memiliki kemiringan $\frac{1}{2}$. Tentukan nilai p.

6. Kemiringan garis yang melalui titik $(4, h)$ dan $(h + 3, 7)$ adalah $-\frac{1}{4}$. Tentukan nilai h.

Untuk soal nomor 7 − 12, diketahui dua titik pada garis l_1 dan garis l_2. Tanpa menggambar grafik, tentukan apakah kedua garis tegak lurus, sejajar, atau tidak keduanya.

7. l_1 : (2, 5) dan (4, 9)

   l_2 : (−1, 4) dan (3, 2)

8. l_1 : (−3, −5) dan (–1, 2)

   l_2 : (0, 4) dan (7, 2)

9. l_1 : (4, −2) dan (3, −1)

   l_2 : (−5, −1) dan (−10, −16)

10. l_1 : (0, 0) dan (2, 3)

    l_2 : (−2, 5) dan (0, −2)

11. l_1 : (5, 3) dan (5, 9)

    l_2 : (4, 2) dan (0, 2)

12. l_1 : (3, 5) dan (2, 5)

    l_2 : (2, 4) dan (0, 4)

13. Garis yang melalui titik $(-5, 2p)$ dan $(-1, p)$ memiliki kemiringan yang sama dengan garis yang melalui titik (1, 2) dan (3, 1). Tentukan nilai p.

14. Gambarlah grafik yang melalui titik $W(6, 4)$, dan tegak lurus $\overline{DE}$ dengan $D(0, 2)$ dan $E(5, 0)$.

15. Penerapan kemiringan suatu garis.

    Banyaknya laki-laki berusia lebih dari 20 tahun yang bekerja di suatu provinsi secara linear mulai dari 1970 sampai 2005 ditunjukkan oleh gambar di bawah. Pada tahun 1970, sekitar 430.000 laki-laki berusia di atas 20 tahun yang bekerja. Pada tahun 2005, jumlah ini meningkat menjadi 654.000.

    a. Tentukan kemiringan garis, gunakan titik (1970, 430) dan titik (2005, 654)

    b. Apa maksud dari kemiringan pada poin a dalam konteks masalah ini?

Bentuk Persamaan Garis Lurus dengan Kemiringan m dan Melalui Titik (x_1, y_1)

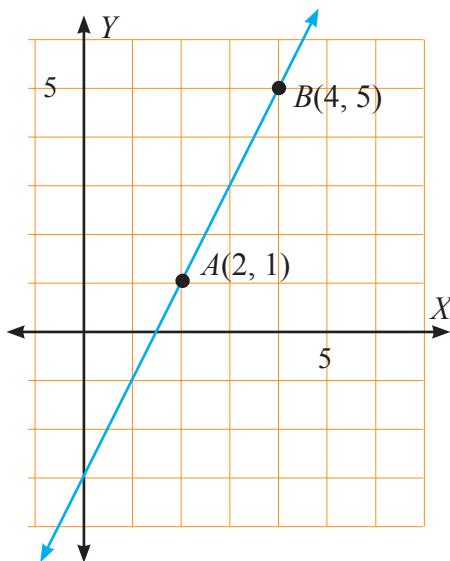
Ayo amati beberapa bentuk persamaan garis lurus yang melalui dua titik dengan kemiringan tertentu pada tabel berikut.

Tabel 4.4 Bentuk persamaan garis lurus

No.	Kemiringan (m)	Titik yang dilalui	Bentuk Persamaan Garis Lurus	Bentuk Lain Persamaan Garis Lurus
1	2	(0, 0)	$y = 2x$	$y - 0 = 2(x - 0)$
2	3	(1, 3)	$y = 3x$	$y - 3 = 3(x - 1)$
3	2	(–4, –2)	$y = 2x + 6$	$y + 2 = 2(x + 4)$
4	3	(–1, 3)	$y = 3x + 6$	$y - 3 = 3(x + 1)$
5	–3	(1, –2)	$y = 3x - 8$	$y + 2 = -3(x - 1)$
8	m	(x_1, y_1)	$y = mx + c$	$y - y_1 = m(x - x_1)$

Berdasarkan hasil pengamatan, pertanyaan apa yang dapat kalian munculkan? Sebagai contoh:

1. Pada baris pertama $m = 2$ dan titik yang dilalui (1, 2) diperoleh persamaan garis $y = 2x$. Apakah persamaan ini disebabkan oleh ordinat pada titik (1, 2) dua kali absisnya?
2. Bagaimana cara menentukan bentuk persamaan garis lurus yang diketahui gradien m dan melalui titik (x_1, y_1)?

Agar kalian memiliki pemahaman yang lebih jelas tentang persamaan garis lurus, coba cermati contoh berikut

Tentukan kemiringan garis yang melalui titik $A(2, 1)$ dan $B(4, 5)$.

Misal (2, 1) adalah (x_1, y_1) dan (4, 5)adalah (x_2, y_2).

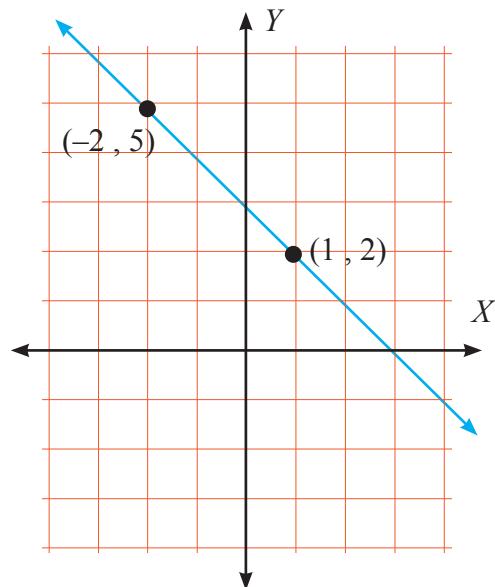
Gambar 4. 11 Garis yang kemiringannya bernilai positif

$$\text{Kemiringan garis } AB = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{5 - 1}{4 - 2}$$

$$= 2$$

Perhatikan bahwa kemiringan garis yang bernilai positif, bentuk garisnya naik (selalu miring ke kanan).

Tentukan kemiringan garis yang melalui titik (1, 2) dan (−2, 5).

Misal (1, 2) adalah (x_1, y_1) dan (−2, 5) adalah (x_2, y_2).

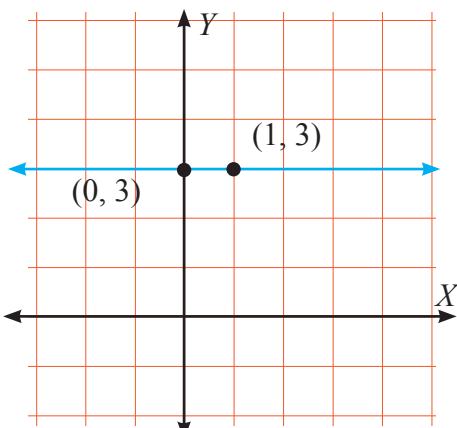
$$\text{kemiringan} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{5 - 2}{(-2) - 1}$$

$$= \frac{3}{-3}$$

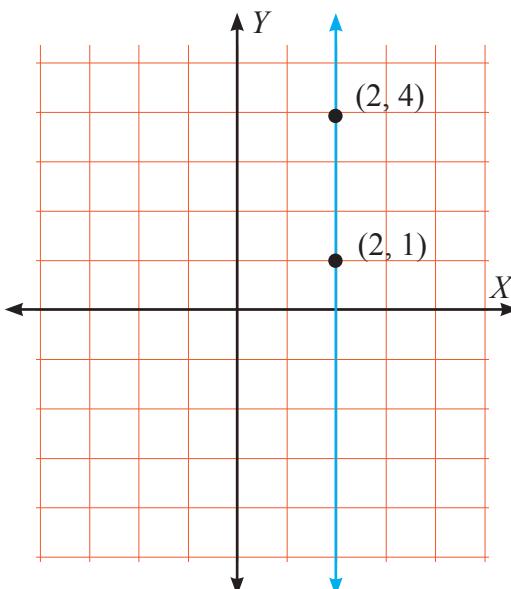
$$= -1$$

Gambar 4. 12 Garis yang kemiringannya bernilai negatif

Perhatikan bahwa kemiringan garis yang bernilai negatif, bentuk garisnya turun (selalu miring ke kiri).

Tentukan kemiringan garis yang sejajar sumbu-*X* dan melalui titik (1, 3).

Grafik menunjukkan garis horizontal melalui titik (1, 3). (0, 3) adalah titik yang juga melalui garis.

Gambar 4. 13 Grafik yang sejajar sumbu-X

$$\text{kemiringan} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-3}{1-0} = \frac{0}{1} = 0$$

Tentukan gradien garis yang sejajar sumbu-Y dan melalui titik (2, 4).

Gambar 4.14 Grafik yang sejajar sumbu-Y

Grafik menunjukkan garis horizontal melalui titik (2, 4). (2, 1) adalah titik yang juga melalui garis.

$$\text{kemiringan} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-4}{1-0} = \frac{-3}{0}$$

(tak terdefinisi)

Perhatikan keempat contoh dan penyelesaiannya yang telah kalian amati.

1. Jika suatu garis lurus melalui (x_1, y_1) dan (x_2, y_2), titik-titik mana yang menentukan kemiringan garis positif?
2. Jika suatu garis lurus melalui (x_1, y_1) dan (x_2, y_2), titik-titik mana yang menentukan kemiringan garis negatif?
3. Apakah sebuah garis dapat memiliki lebih dari satu nilai kemiringan?

Diskusikanlah hasil menalar kalian dengan dengan teman sebangkumu

Ada bentuk lain dari persamaan garis lurus yang perlu kalian ketahui. Untuk itu coba amati dan cermati contoh berikut

Kemiringan garis yang melalui titik $(-4, p)$ dan $(1, 2)$ adalah $-\frac{3}{4}$. Tentukan nilai p.

Misalkan $(-4, p)$ adalah (x_1, y_1) dan $(1, 2)$ adalah (x_2, y_2).
Kemiringan garis $-\frac{3}{4}$ (diketahui)

dengan menyubstitusi nilai ke rumus di atas, diperoleh kemiringan

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -\frac{3}{4}$$

$$-\frac{3}{4} = \frac{2-p}{1-(-4)}$$ *substitusi nilai x dan y*

$$-\frac{3}{4} = \frac{2-p}{5}$$ *sederhanakan*

$$(-3) \times 5 = 4\,(2-p)$$ *kalikan silang*

$$-15 = 8 - 4p$$ *sederhanakan*

$$-15 - 8 = -4p$$ *kurangkan kedua ruas oleh 8*

$$-23 = -4p$$ *sederhanakan*

$$\frac{23}{4} = p$$ *bagi kedua ruas oleh −4*

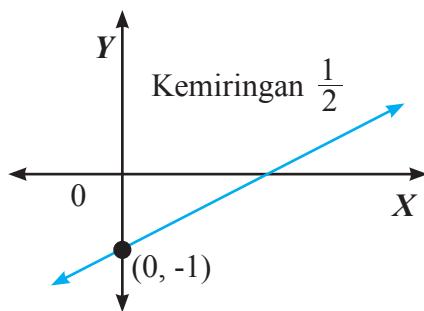
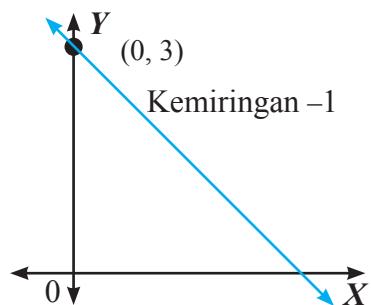
Jika ada yang belum dimengerti dari contoh tersebut, coba tanyakan hal itu kepada gurumu.

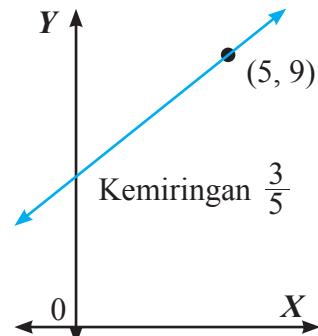
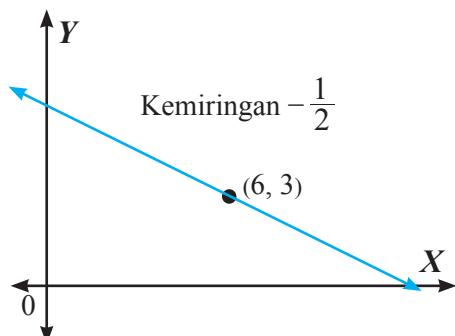
Berdasarkan hasil pengamatan dan penggalian informasi yang kalian lakukan, coba nalarkan bentuk lain dari persamaan garis lurus yang melalui dua titik, yaitu titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$.

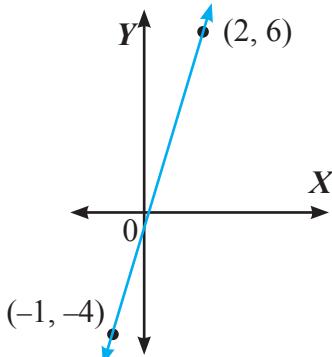
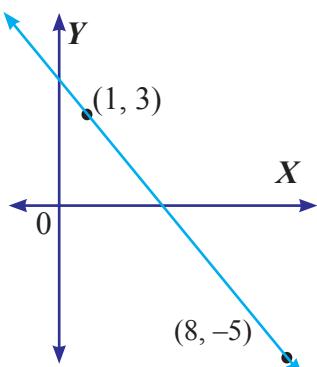
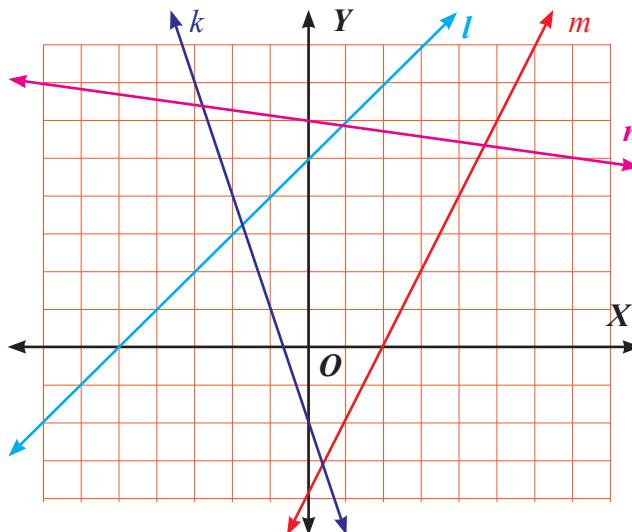
Tabel 4.5 Bentuk lain persamaan garis lurus

No.	Titik *A*	Titik *B*	Kemiringan (*m*)	Persamaan Garis Lurus	Bentuk lain Persamaan Garis Lurus
1	(1 , 2)	(3 , 2)	0	$y = 2$	–
2	(–1 , 3)	(–1 , –1)	Tidak terdefinisi	$x = –1$	–
3	(1, 3)	(4, 6)	1	$y = x + 2$	$\frac{y-3}{6-3} = \frac{x-1}{4-1}$

No.	Titik A	Titik B	Kemiringan (m)	Persamaan Garis Lurus	Bentuk lain Persamaan Garis Lurus
4	(2, 4)	(12, –1)	$-\frac{1}{2}$	$2y = -x + 10$	$\frac{y-4}{-1-4} = \frac{x-2}{12-2}$
5	(0 , 3)	(4 , 0)	$-\frac{3}{4}$	$3x + 4y = 12$	$\frac{y-0}{3-0} = \frac{x-4}{0-4}$
6	(1, –5)	(–2, 4)	. . .	$y = -3x - 2$	$\frac{y-...}{...-(-5)} = \frac{x-1}{...-...}$
7	(1 , 2)	(–2 , –2)	$\frac{4}{3}$	$3y = 4x + 2$	$\frac{y-...}{...-...} = \frac{x-...}{...-...}$
8	(–1 , 0)	(3 , –8)	. . .	$y = -2x - 2$	$\frac{y-0}{-8-0} = \frac{x-(-1)}{3-(-1)}$
9	. . .	. . .	5	. . .	$\frac{y-6}{(-9)-6} = \frac{x-2}{(-1)-2}$
10	(–2 , 5)	(–3, 1)	. . .	. . .	$\frac{y-5}{1-5} = \frac{x-(-2)}{-3-(-2)}$
11	(2, –3)	. . .	2	$2x - y - 7 = 0$	$\frac{y-...}{...-...} = \frac{x-...}{...-...}$
12	(x_1, y_1)	(x_2, y_2)	$\frac{y_2-...}{...-x}$	$y - y_1 = m(x - x_1)$ atau $y - y_2 = m(x - x_2)$	$\frac{y-...}{...-...} = \frac{x-...}{...-...}$

Dari hasil kegiatan Menalar kalian, tentukan bentuk umum persamaan garis yang melalui dua titik, yaitu titik $A(x_1, y_1)$dan $B(x_2, y_2)$. Mengapa bentuk lain pada baris pertama dan kedua tidak diisi? Apakah ini ada kaitannya dengan bentuk umum tersebut? Uraikan jawaban kalian.

Tuliskan hasil diskusi di buku tulis kalian, kemudian tukarkan dengan teman kalian yang lain. Silakan memberi komentar dan memberi komentar secara santun.

1. Tulislah persamaan garis yang ditunjukkan tiap-tiap gambar berikut.

a.

b.

2. Tulislah persamaan garis yang ditunjukkan tiap-tiap gambar berikut.

a.

b.

3. Tulislah persamaan garis yang ditunjukkan tiap-tiap gambar berikut.

a.

b.

4. Tentukan persamaan garis lurus jika diketahui informasi berikut ini.

   a. Memiliki kemiringan $-\frac{1}{3}$ dan melalui perpotongan sumbu-Y di titik (0, 4).
   b. Memiliki kemiringan −4 dan melalui (1, −2).
   c. Melalui titik (1, 6) dan (7, 4).
   d. Melalui (−2, −1) dan sejajar dengan garis $y = x - 6$
   e. Sejajar sumbu-X dan melalui (−3, 1).
   f. Sejajar sumbu-Y dan melalui (7, 10).
   g. Melalui (−2, 1) dan tegak lurus dengan garis yang melalui titik (−5, −4) dan (0, −2).

5. Tentukan persamaan garis yang melalui (7, 2) dan sejajar dengan garis $2x - 5y = 8$.

6. Tentukan persamaan garis yang tegak lurus $2y + 2 = -\frac{7}{4}(x - 7)$ dan melalui titik (−2, −3).

7. Tentukan persamaan garis lurus untuk tiap-tiap garis berikut.

a. k

b. l

c. m

d. n

e. tegak lurus garis l dan melalui $(-1, 6)$

f. sejajar garis k dan melalui $(7, 0)$

g. sejajar garis n dan melalui $(0, 0)$

h. tegak lurus garis m dan melalui $(-3, -3)$

8. P berkoordinat di $(8, 3)$, Q berkoordinat di $(4, 6)$, dan O adalah titik asal.

   a. Tentukan persamaan garis yang melalui P dan memiliki kemiringan sama dengan garis OQ.

   b. Diketahui bahwa garis di soal 8a melalui $(k, 1)$. Tentukan nilai k.

9. Persamaan garis l adalah $2y - x = 5$. Tentukan:

   a. titik koordinat garis l yang memotong sumbu-X,

   b. titik koordinat garis l yang memotong sumbu-Y,

   c. kemiringan garis l, dan

   d. gambarkan garis l.

10. Garis k melalui titik $A(-2, 3)$ dan $B(3, 1)$. Garis l melalui titik $C(-6, 5)$, $D(-2, d)$, $T(t, -5)$. Garis k tegak lurus garis l. Tentukan nilai d dan t.

Sifat-Sifat Persamaan Garis Lurus

Untuk mengetahui sifat-sifat persamaan garis lurus perlu kalian ketahui kembali bentuk umum dari persamaan garis lurus, yaitu $y = mx + c$. Pada kegiatan pertama ini kalian akan mengetahui sifat-sifat persamaan garis lurus dilihat dari persamaannya dan dilihat dari perubahan nilai salah satu koefisen atau konstanta.

Tabel 4.6 Sifat-sifat persamaan garis lurus

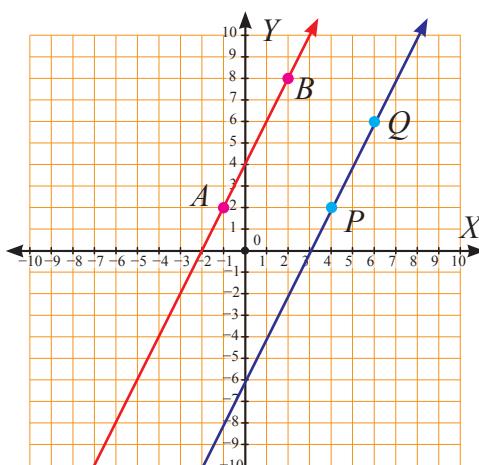
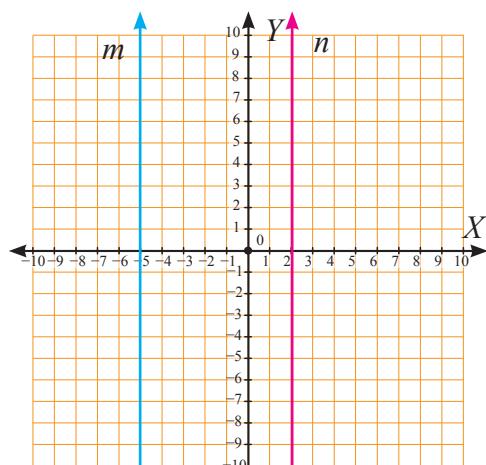
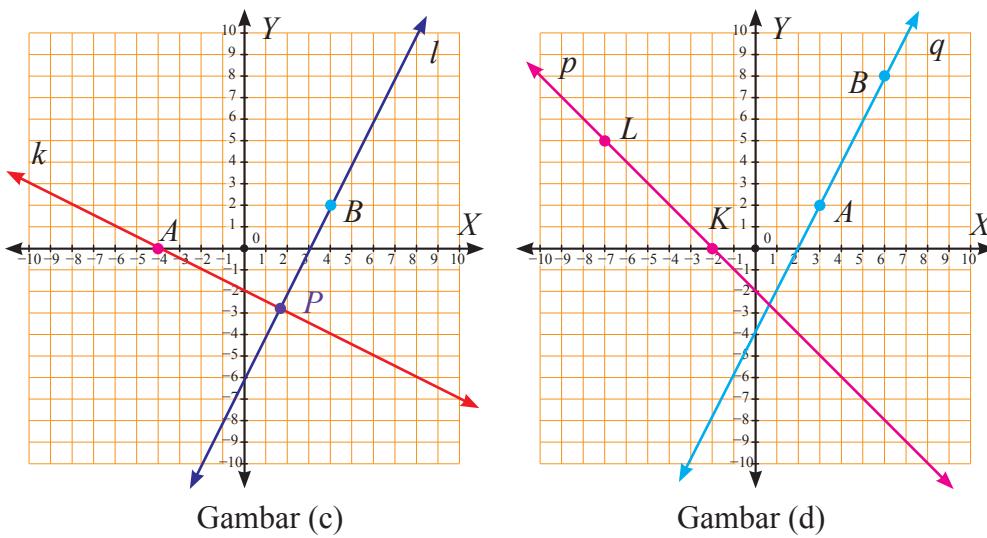
No.	Grafik	Keterangan
1.		1. Garis-garis lurus di samping memiliki nilai konstanta c tidak tetap 2. Garis lurus di samping memiliki *kemiringan* m tetap, yaitu $m = 2$

No.	Grafik	Keterangan
2.		1. Garis-garis lurus disamping memiliki nilai konstanta c tidak tetap 2. Garis lurus di samping memiliki *kemiringan* m tetap, yaitu $m = -4$
3.		1. Garis lurus di samping memiliki nilai konstanta c tetap, yaitu $c = -4$ 2. Garis lurus di samping memiliki *kemiringan m* tidak tetap

No.	Grafik	Keterangan
4.		1. Garis lurus di samping memiliki nilai konstanta c tetap, yaitu $c = -4$ 2. Garis lurus di samping memiliki *kemiringan m* tidak tetap
5.		1. Ada 3 garis lurus di samping memiliki nilai konstanta c tidak tetap dan memiliki *kemiringan m* tetap, yakni $m = 3$ 2. Ada 4 garis lurus memiliki nilai konsatnta c tidak tetap dan memiliki *kemiringan m* tetap, yakni $m = -\frac{1}{3}$

Apa yang dapat kalian simpulkan dari hasil kegiatan mengamati pada **Tabel 4.6**?

Berdasarkan hasil pengamatan kalian pada **Tabel 4.6**, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. "persamaan" dan "garis"
2. "kedudukan" dan "dua garis"

Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.

Agar pengetahuan kalian lebih banyak lagi tentang sifat-sifat persamaan garis lurus, coba lakukan kegiatan berikut.

Perhatikan gambar berikut

Gambar (a) Gambar (b)

Gambar 4.15 Grafik pada bidang Cartesius

Berdasarkan **Gambar 4.15**, diskusikan pertanyaan berikut dengan teman kelompok kalian

1. Untuk ***Gambar (a).***
   a. Apakah garis ***a*** dan ***b*** merupakan garis yang sejajar? Jelaskan.
   b. Tentukan gradien garis ***a*** dan ***b***.
2. Untuk ***Gambar (b).***
   a. Apakah garis ***m*** dan ***n*** merupakan garis yang sejajar? Jelaskan.
   b. Tentukan gradien garis ***m*** dan ***n***.
3. Untuk ***Gambar (c).***
   a. Apakah garis ***k*** dan ***l*** merupakan garis yang berpotongan? Jika ya, berapa besar sudut yang dibentuk?
   b. Dapatkah kita menyebut garis ***k*** dan ***l*** saling tegak lurus?
   c. Tentukan gradien garis ***k*** dan ***l***.
   d. Kalikan gradien garis ***k*** dan ***l*** ? Berapa hasilnya?
4. Untuk ***Gambar (d).***
   a. Apakah garis ***p*** dan ***q*** juga merupakan garis yang berpotongan? Jika ya, berapa besar sudut yang dibentuk?
   b. Tentukan gradien garis ***p*** dan ***q***.
   c. Kalikan gradien garis ***p*** dan ***q***? Berapa hasilnya?

5. Apakah gradien garis ***a*, *b*,** dan ***c*** pada ***Gambar (a)*** sama?

   Apakah gradien garis ***m*** dan ***n*** pada ***Gambar (b)*** sama?
6. Apakah hasil perkalian gradien garis yang saling perpotongan pada ***Gambar (c)*** dan ***(d)*** sama?
7 Buat simpulan atau rumus tentang kemiringan garis sejajar dan kemiringan garis saling tegak lurus.

Setelah kalian melakukan kegiatan menggali informasi di atas, coba sekarang terapkan pada permasalahan berikut.

1. Coba buktikan apakah persamaan garis lurus berikut saling tegak lurus.
   a. $3y = 3x - 1$ dengan $y = -x + 2$
   b. $2x + y = 5$ dengan $2x - 4y = 5$
   c. $\frac{2x+5}{3} = 2y$ dengan $2x + y + 2 = 0$
   d. $\frac{3x+2}{3} = 2y$ dengan $\frac{5x-32}{2} = -y$
2. Diketahui persamaan garis lurus $2x + 3y - 4 = 0$ dan $4x + 6y - 8 = 0$. Bagaimana kedudukan dua persamaan garis tersebut? Jelaskan.
3. Diketahui fungsi $f(x) = 2x + 5$ dan $g(x) = 2x - 9$. Bagaimanakah kedudukan dari dua fungsi tersebut? Kemudian gambarlah grafiknya dalam bentuk $f(x) + g(x)$.
4. Diketahui fungsi $f(x) = 3x - 6$ dan $g(x) = -\frac{1}{3}x + 7$. Bagaiamanakah kedudukan dari dua fungsi tersebut? Kemudian gambarlah grafiknya dalam bentuk $f(x) - g(x)$.

Setelah kalian selesai Menggali Informasi dan selesai menjawab soal pada kegiatan Menalar, coba presentasikan di depan kelas kalian. Kemudian diskusikan dengan kelompok lain, mintalah masukan, sanggahan dengan kelompok lain.

Tulislah simpulan kalian pada lembar kerja/buku tulis yang sudah kalian sediakan.

1. Tentukan apakah garis berikut sejajar dengan sumbu-X atau sumbu-Y?
   a. Garis p yang melalui $A(8, –3)$ dan $B(5, –3)$.
   b. Garis q yang melalui $C(6, 0)$ dan $D(–2, 0)$.
   c. Garis r yang melalui $E(–1, 1)$ dan $F(–1, 4)$.
   d. Garis s yang melalui $G(0, 6)$ dan $H(0, –3)$.
   e. Garis t yang melalui $I(2, –4)$ dan $J(–3, –4)$.

2. Tentukan apakah pasangan garis berikut sejajaratau saling tegak lurus?
   a. Garis a yang melalui $A(7, –3)$ dan $B(11, 3)$ garis b yang melalui $C(–9, 0)$ dan $D(–5, 6)$.
   b. Garis m yang melalui $P(3, 5)$ dan $Q(0, 0)$ garis n yang melalui $R(0, 0)$ dan $S(–5, 3)$.

3. Kemiringan garis m adalah 2. Tentukan kemiringan garis n jika:
   a. garis m sejajar dengan garis n,
   b. garis m saling tegak lurus dengan garis n.

4. Diketahui sebuah garis lurus memiliki persamaan $y = 2x + 5$. Tentukan apakah persamaan garis tersebut membentuk garis yang sejajar atau saling tegak lurus dengan:

a. $y = 2x - 8$

b. $4x - 2y + 6 = 0$

c. $3y = 6x - 1$

d. $7x - 14y + 2 = 0$

5. Coba buktikan apakah persamaan garis lurus berikut saling tegak lurus.

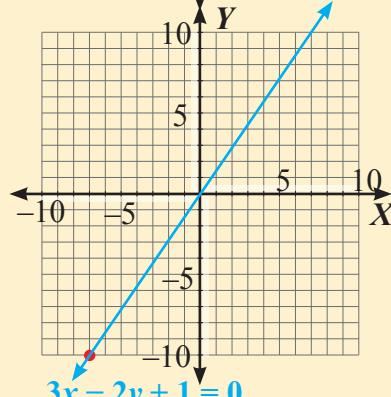
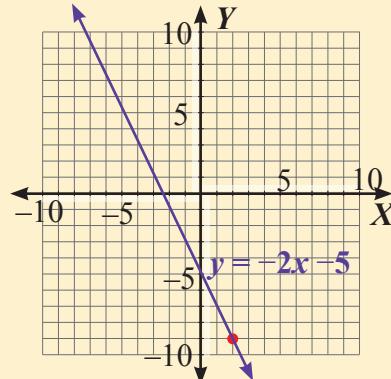
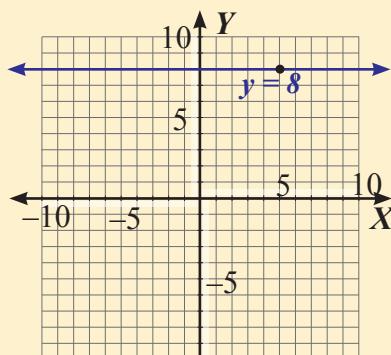
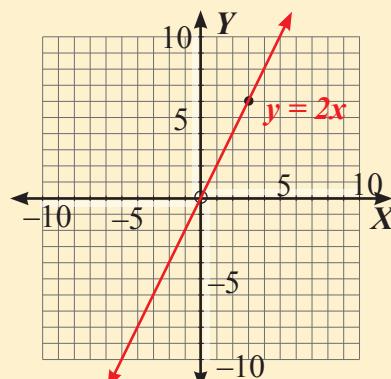
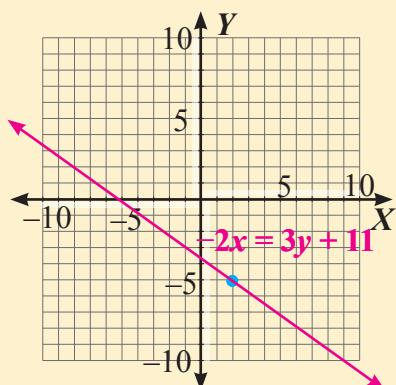
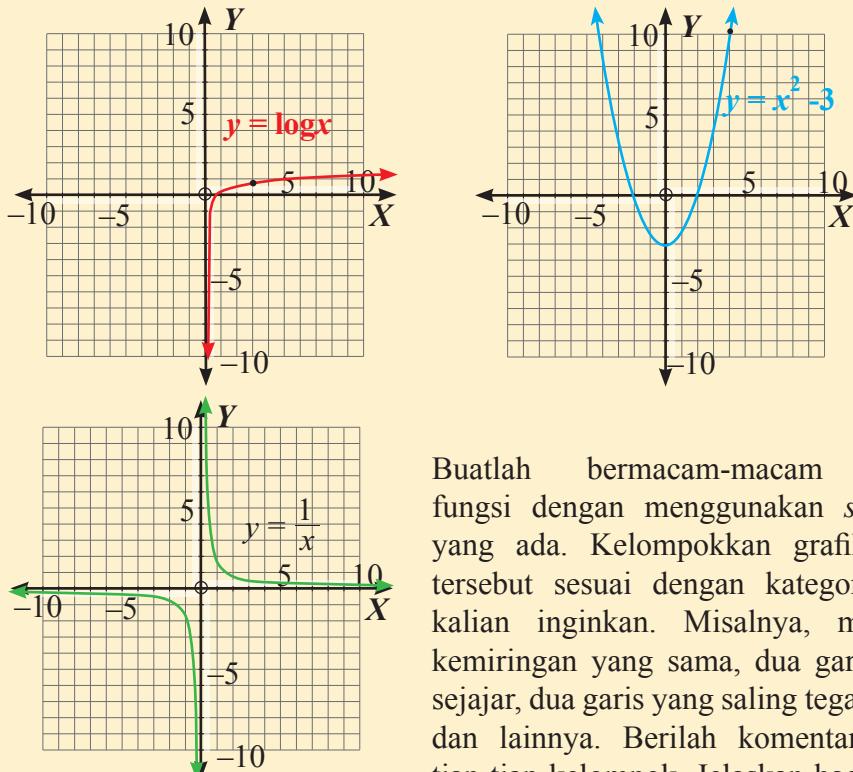
   a. $2y = 2x - 3$ dengan $y = -x + 3$

   b. $3x + y = 7$ dengan $3x - 6y = 7$

   c. $\frac{4x+6}{3} = 4y$ dengan $3x + 4y + 2 = 0$

6. Diketahui persamaan garis lurus $3x + 4y - 5 = 0$ dan $6x + 8y - 10 = 0$. Bagaimana kedudukan dua persamaan garis tersebut? Jelaskan.

7. Diketahui fungsi $f(x) = 3x + 7$ dan $g(x) = 6x - 8$. Bagaimanakah kedudukan dari dua fungsi tersebut? Kemudian gambarlah grafiknya dalam bentuk $f(x) + g(x)$.

8. Diketahui fungsi $f(x) = 2x + 5$ dan $g(x) = -\frac{1}{2}x - 6$. Bagaimanakah kedudukan dari dua fungsi tersebut? Kemudian gambarlah grafiknya dalam bentuk $f(x) - g(x)$.

1. Temukan cara menggambar grafik persamaan garis lurus dengan langkah-langkah seperti pada **Kegiatan 4.1**. Buatlah laporan (diketik dengan komputer) kemudian pajangkan laporan kalian pada papan pajangan.

   Untuk menggambar grafik persamaan garis lurus ini sebenarnya dapat menggunakan *software* komputer (*Fx Draw, Mapple, Microsoft Excel, Mathematica, GeoGebra, Matlab, atau QtOktave*). Menurut kalian, masih perlukah kalian memiliki kemampuan menggambar grafik persamaan garis lurus secara manual? Mengapa?

Contoh grafik persamaan garis lurus.

Gambar 4. 16 Contoh grafik persamaan garis lurus

Contoh bukan grafik persamaan garis lurus.

Gambar 4.17 Contoh grafik bukan persamaan garis lurus

Buatlah bermacam-macam grafik fungsi dengan menggunakan *software* yang ada. Kelompokkan grafik-grafik tersebut sesuai dengan kategori yang kalian inginkan. Misalnya, memiliki kemiringan yang sama, dua garis yang sejajar, dua garis yang saling tegak lurus, dan lainnya. Berilah komentar untuk tiap-tiap kelompok. Jelaskan bagaimana cara kalian mengelompokkannya?

2. Untuk kalian yang tidak menggunakan komputer atau belum tersedia laboratorium komputer di sekolah, cobalah gambar grafik persamaan garis lurus berikut di kertas berpetak yang kalian miliki atau yang kalian buat.

   a. $ax + by + c = 0$

   b. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

   Jelaskan prosedur paling sederhana untuk membuat grafik tersebut.

   Catatan: Silakan ganti nilai a dan b semau kalian.

Sajikan grafik yang kalian buat dengan tampilan yang baik agar teman kalian tertarik dan mudah membacanya. Pajang grafik dan mintalah komentar dari teman kalian. Jika ada teman yang tertarik pada karya kalian tentang salah satu program komputer tersebut, maka sebaiknya kalian mau mengajari dengan senang hati.

Kalian telah mempelajari tentang bentuk persamaan garis lurus dan cara menggambar grafiknya. Jawablah beberapa pertanyaan berikut untuk memantapkan hal penting yang perlu diperhatikan pada materi persamaan garis lurus.

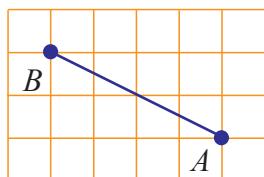
1. Bagaimana langkah-langkah menggambar grafik persamaan garis lurus?
2. Bagaimana menentukan kemiringan garis yang melalui dua buat titik?
3. Bagaimana menentukan kemiringan garis jika diketahui persamaannya?
4. Bagaimana cara menentukan persamaan garis lurus yang melalui kemiringan m dan titik $A(x_1, y_1)$?
5. Bagaimana cara menentukan persamaan garis lurus yang melalui dua titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$?
6. Apa yang dapat kalian ketahui tentang kemiringan:
   a. Dua garis yang saling sejajar?
   b. Dua garis yang berpotongan saling tegak lurus?
7. Persamaan suatu garis dengan kemiringan m dan melalui titik (x_1, y_1) dapat dinyatakan oleh

   $y - y_1 = m(x - x_1)$ atau $y = m(x - x_1) + y_1$. Jelaskan bagaimana hubungan grafik

   $y = m(x - x_1) + y_1$ dan grafik $y = mx$.

Uji Kompetensi 4

A. Pilihan Ganda

1. Persamaan berikut yang termasuk persamaan garis lurus adalah ....
   A. $2y + x^2 - 10 = 0$
   B. $4x - 2x - 2 = 0$
   C. $x^2 = 5y + 2$
   D. $2y + 4x = 0$

2. Gradien garis yang memiliki persamaan $y = 2x + 3$ adalah ....
   A. -3
   B. -2
   C. 2
   D. 3

3. Titik yang terletak pada persamaan $4x - 2y - 2 = 0$ adalah ....
   A. $(-2, -3)$
   B. $(-2, 3)$
   C. $(2, -3)$
   D. $(2, 3)$

4. Gradien garis dengan persamaan $2x + 4y + 4 = 0$ adalah ....
   A. -2
   B. $-\frac{1}{2}$
   C. $\frac{1}{2}$
   D. 2

5. Gradien garis dengan persamaan $4x - 2y - 7 = 0$ adalah ....
   A. -2
   B. $-\frac{1}{2}$
   C. $\frac{1}{2}$
   D. 2

6. Gradien garis AB adalah ....

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $-\frac{2}{3}$

D. $-\frac{3}{2}$

7. Titik (−5, 5) melalui persamaan garis ....

A. $3x + 2y = -5$

B. $3x + 2y = 5$

C. $3x - 2y = -5$

D. $3x - 2y = 5$

8. Persamaan garis yang melalui titik (−5, 4) dan memiliki gradien −3 adalah ....

A. $y + 3x = 11$

B. $y - 3x = 11$

C. $y - 3x = -11$

D. $y + 3x = -11$

9. Titik (3, 4) dilalui persamaan garis ....

A. $4x + 2y = -6$

B. $4x - 2y = 6$

C. $4x + 2y = 6$

D. $4x - 2y = -6$

10. Gradien garis yang melalui titik (1, 2) dan titik (3, 4) adalah ....

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. -1

11. Persamaan suatu garis yang melalui titik (1, 2) dan titik (3, 4) adalah ....

A. $y = -x + 1$

B. $y = 2x - 1$

C. $y = -2x - 1$

D. $y = x + 1$

12. Persamaan garis yang melalui titik (3, 6) dan sejajar dengan garis $2y + 2x = 3$ adalah ....

A. $y = -x + 9$

B. $y = x - 9$

C. $y = -x - 9$

D. $y = x + 9$

13. Persamaan garis yang melalui titik (−3, 6) dan sejajar dengan garis $4y - 3x = 5$ adalah ....

A. $4y = 3x + 33$

B. $4y = 3x - 33$

C. $4y = -3x - 33$

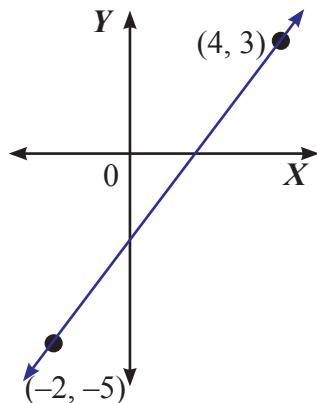
D. $4y = 3x + 33$

14. Persamaan garis yang melalui titik (4, –3) dan tegak lurus dengan garis $4y - 6x + 10 = 0$ adalah ....

A. $2y + 3x = 6$

B. $-2y + 3x = 6$

C. $2y + 3x = -6$

D. $2y - 3x = 6$

15. Garis yang melalui titik (5, –3) dan sejajar dengan garis yang mempunyai gradien $\frac{1}{3}$ adalah ....

    A. $3y + x = 14$
    B. $3y + x = -14$
    C. $3y - x = 14$
    D. $3y - x = -14$

16. Garis yang melalui titik (5, –3) dan tegak lurus pada garis yang mempunyai gradien $-\frac{2}{3}$ adalah ....

    A. $3y + 2x = 1$
    B. $3y - 2x = 1$
    C. $-3y + 2x = 1$
    D. $3y - 2x = -1$

17. Persamaan garis lurus yang melalui titik (–2, –4) dan titik (–4, 3) adalah ....

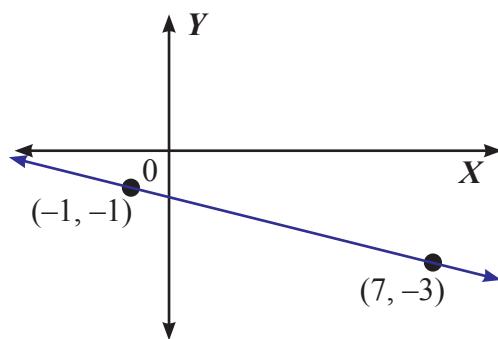
    A. $3y + 2x = 1$
    B. $3y - 2x = 1$
    C. $-3y + 2x = 1$
    D. $3y - 2x = -1$

18. Persamaan garis yang melalui titik (4, 6) dan sejajar dengan garis yang melalui titik (3, 4) dan titik (5, 1) adalah ....

    A. $2y + 3x = -24$
    B. $2y - 3x = 24$
    C. $2y + 3x = 24$
    D. $2y - 3x = -24$

19. Persamaan garis yang melalui titik (6, –4) dan sejajar dengan garis yang melalui titik (–7, –4) dan titik (5, –5) adalah ....

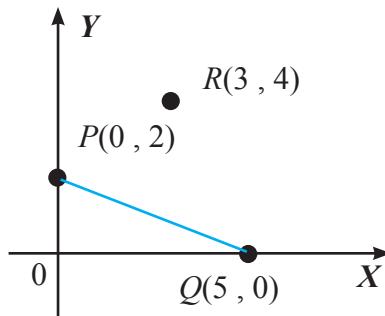
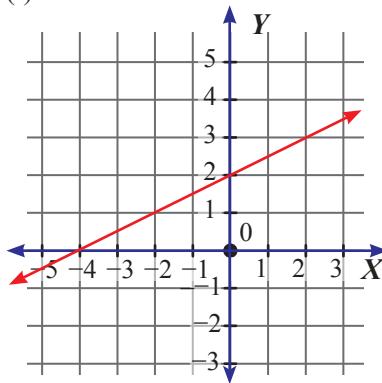
    A. $2y + 3x = -24$
    B. $2y - 3x = 24$
    C. $2y + 3x = 24$
    D. $2y - 3x = -24$

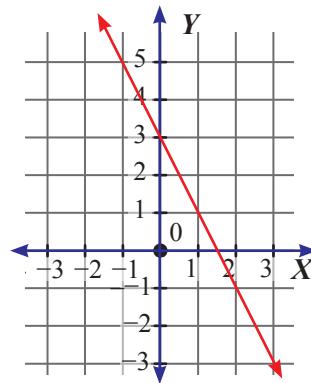
20. Persamaan garis yang melalui titik (0, 6) dan tegak lurus dengan garis yang melalui titik (–4, 5) dan titik (–3, 3) adalah ....
    A. $2y + x - 12 = 0$
    B. $2y - x - 12 = 0$
    C. $2y - x + 12 = 0$
    D. $2y + x + 12 = 0$

B. Esai

1. Gambarlah grafik persamaan garis lurus berikut.
    a. $y = x - 2$
    b. $-3y + 4x = 12$

2. Tentukan kemiringan tiap-tiap garis berikut.

a.

b.

3. Tentukan persamaan garis lurus jika diketahui informasi berikut.
    a. Memiliki kemiringan 3 dan melalui titik (0, −4).
    b. Memiliki kemiringan $-1\frac{1}{2}$ dan melalui titik (1, 2).
    c. Memiliki kemiringan 4 dan melalui titik (−2, 1).
    d. Melalui (1, 4) dan (2, −1).
    e. Melalui (−1, 0) dan (3, −8).

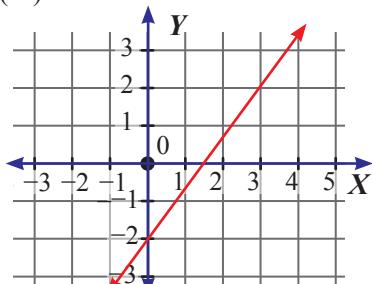
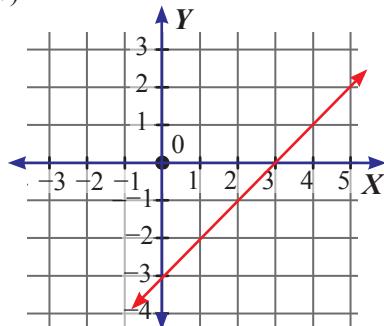
4. Titik P, Q, dan R berturut-turut berkoordinat di (0, 2), (5, 0) dan (3, 4).

a. Garis l_1 memiliki kemiringan yang sama dengan garis PQ dan melalui titik R. Tentukan persamaan garis l_1.

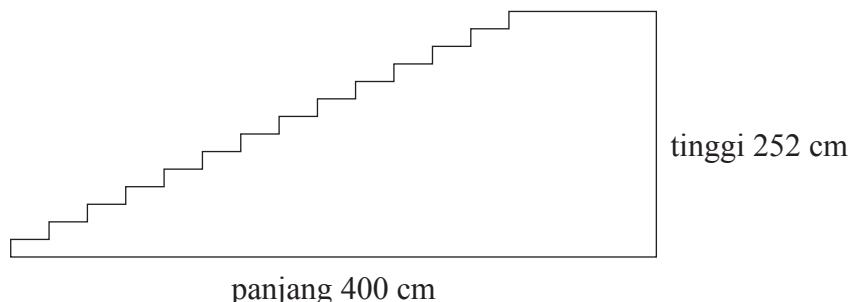
b. Garis l_2 berkemiringan 2, melalui titik R dan memotong sumbu-Y di S.

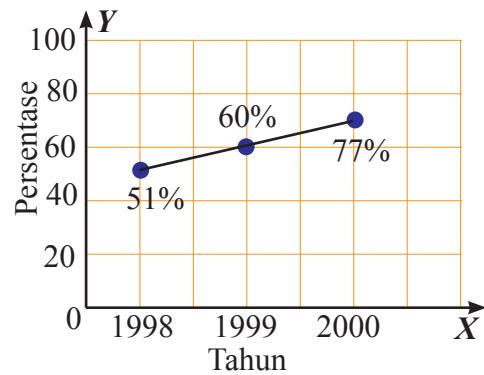
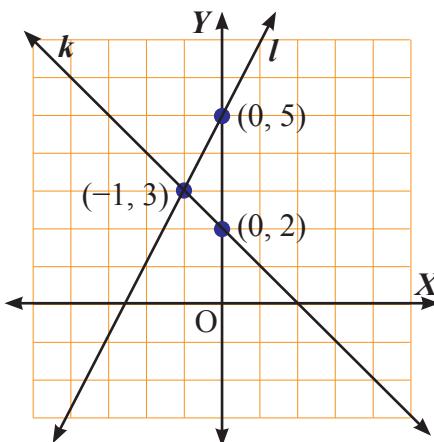
(i) Tentukan persamaan garis l_2.

(ii) Tentukan koordinat titik S.

5. Cocokkan setiap persamaan garis lurus di **a** dengan kemiringan di **b**, titik potong sumbu-Y di **c**, dan gambar grafik di **d**.

a.		b.		c.	
(i)	$y = x - 3$	(i)	Kemiringan $= -2$	(i)	(0 , 3)
(ii)	$y = 3x - 1$	(ii)	Kemiringan $= \frac{1}{2}$	(ii)	(0 , 2)
(iii)	$2y - x = 2$	(iii)	Kemiringan $= 3$	(iii)	(0 , −2)
(iv)	$2x + y - 3 = 0$	(iv)	Kemiringan $= 1$	(iv)	(0 , −3)

d. (i)

(ii)

(iii)

(iv)

6. ***Staircase*/ Tangga Rumah**
Gambar berikut tentang tangga di rumah dengan 14 anak tangga dengan tinggi 252 cm.

Berapakah tinggi setiap pijakan dari 14 pijakan?

7. Grafik di bawah menunjukkan persentase pembelajaran dengan akses internet.

a. Berapakah laju perubahan persentase kelas dengan akses internet antara tahun 1998 dan 2000?
b. Jika persentase kelas dengan akses internet meningkat seperti peningkatan antara tahun 1999 dan 2000, pada tahun berapakah banyak kelas yang menggunakan akses internet sebesar 90%?
c. Apakah grafik tersebut akan terus meningkat tanpa batas? Jelaskan.

9. Terdapat dua garis, k dan l seperti gambar di bawah ini. Tentukan persamaan tiap-tiap garis.

   a. l

   b. k

   c. garis yang sejajar dengan l dan melalui (4, 4)

10. Tiga garis lurus l_1, l_2 dan l_3 masing-masing mempunyai kemiringan 3, 4, dan 5. Ketiga garis tersebut memotong sumbu-Y di titik yang sama. Jumlah absis titik potong masing-masing garis dengan sumbu-X adalah $\frac{47}{60}$. Tentukan persamaan garis l_1.

11. Titik $A(5, -4)$, $B(2, -8)$ dan $C(k, 12)$ berada di garis lurus yang sama.

    a. Tentukan nilai k.

    b. Titik P berada di sumbu-X sedemikian sehingga $AP = BP$,

       (i) tentukan koordinat titik P.

       (ii) tentukan persamaan garis yang melalui P dan titik (0, 3).

Bab 5 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Sumber: www.mediajurnal.com

Beberapa tahun ini, kita tidak lagi merasakan naik kereta api dengan penumpang yang penuh sesak. Selain karena diberlakukannya penjualan tiket secara *online*, beberapa perubahan lainnya adalah pemeriksaan kesamaan tiket dengan identitas calon penumpang. Ketentuan umum penumpang kereta api terbaru yang berlaku sejak 1 Januari 2015 perlu diketahui oleh seluruh masyarakat luas pencinta Kereta Api agar mendapat pelayanan mudah dan cepat. Salah satu aturan adalah penumpang berusia di atas 60 tahun berhak atas reduksi tarif sebesar 20%.

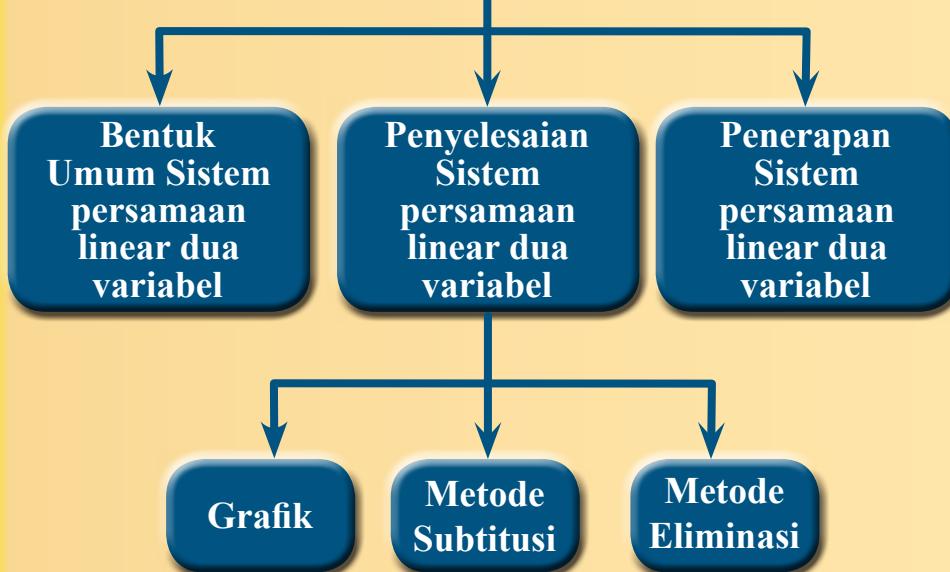
Pak Andi dan istrinya yang sudah berusia 40-an tahun, mengajak kedua orangtuanya pulang ke kampung halaman di Surabaya dengan naik kereta api dari Stasiun Bandung. Pak Andi membeli empat tiket kereta api Turangga. Biaya yang Pak Andi keluarkan sebesar Rp1.696.000,00. Di saat yang sama, Bu Aminah yang seusia dengan Pak Andi beserta ibu mertuanya ingin mengunjungi suaminya yang bekerja di Surabaya. Bu Aminah membeli dua tiket seharga Rp828.000,00. Bagaimanakah cara kalian mengetahui harga tiket untuk penumpang yang berusia di atas 60 tahun dengan menggunakan aljabar? Bagaimana aljabar dapat membantu kita untuk membuat model masalah di atas tanpa kesulitan? Untuk mengetahuinya, pelajari bab ini dengan baik.

Kata Kunci

- *Variabel*
- *Persamaan linear dua variabel*
- *Sistem persamaan linear dua variabel*

Kompetensi Dasar

3.5 *Menjelaskan sistem persamaan linear dua variabel dan penyelesaiannya yang dihubungkan dengan masalah kontekstual.*

4.5 *Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel.*

Pengalaman Belajar

1. Membuat persamaan linear dua variabel.
2. Menentukan selesaian persamaan persamaan linear dua variabel.
3. Membuat model matematika dari masalah sehari-hari yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel.
4. Menyelesaikan masalah nyata yang berkaitan dengan sistem peramaan linear dua variabel.

Peta Konsep
Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)
Bentuk Umum Sistem persamaan linear dua variabel
Penyelesaian Sistem persamaan linear dua variabel
Penerapan Sistem persamaan linear dua variabel
Grafik
Metode Subtitusi
Metode Eliminasi

Diophantus
(250 SM - 200 SM)

Diophantus dan Persamaan Linear Dua Variabel

Persamaan linear dua variabel berkaitan erat dengan persamaan *diophantine*. Persamaan ini pertama kali dipelajari oleh seseorang bernama Diophantus yang menghabiskan hidupnya di Alexandria. Diophantus juga dikenal dengan julukan “bapak aljabar”. Namun julukan itu kemudian disandang oleh Al-Khawarizmi tentunya. Dia merupakan seorang matematikawan Yunani yang bermukim di Iskandaria. Pada waktu itu Alexandria adalah pusat pembelajaran Matematika.

Semasa hidupnya Diophantus terkenal karena karyanya yang berjudul *Arithmetica*. *Arithmetica* adalah suatu pembahasan analitis teori bilangan berisi tentang pengembangan aljabar yang dilakukan dengan membuat persamaan. Persamaan-persamaan tersebut dikenal sebagai *Diophantine Equation* (Persamaan *Diophantine*).

Persamaan *deophantine* merupakan suatu persamaan yang mempunyai solusi yang diharapkan berupa bilangan bulat. Persamaan *Diophantine* tidak harus berbentuk persamaan linear, tetapi bisa saja persamaan kuadrat, kubik, atau lainnya selama mempunyai solusi bilangan bulat.

Bentuk paling sederhananya adalah:

$$ax + by = c$$

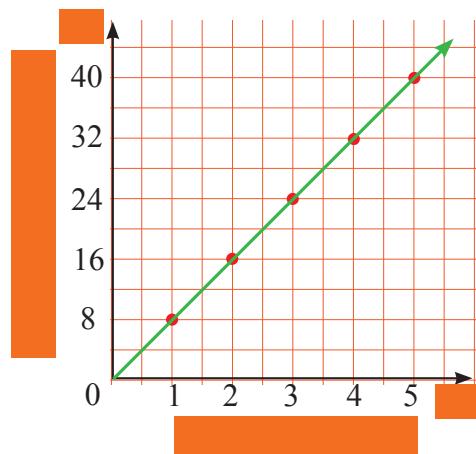
a, b koefisien dan c konstanta bulat yang diberikan. Penyelesaian persamaan *Diophantine* adalah semua pasangan bilangan bulat (x, y) yang memenuhi persamaan ini. Jika d adalah FPB dari a dan b, agar persamaan di atas mempunyai solusi, maka d harus dapat membagi c. Terkadang dalam menentukan pasangan bilangan bulat yang memenuhi persamaan, kita harus mencoba-coba dan pandai menentukan pola dari selesaiannya.

Hikmah apa yang dapat kalian ambil dari biografi Diophantus ini?

1. Menyelesaikan masalah tidaklah semudah menyelesaikan perkalian dengan mencongak. Kita harus menentukan strategi yang tepat untuk menyelesaikannya.
2. Terkadang kita dihadapkan dengan masalah yang selesaiannya tidak tunggal. Oleh karena itu, jangan pernah menyerah untuk menggali informasi lebih dalam sehingga mendapatkan selesaian lainnya.

Memahami Konsep Persamaan Linear Dua Variabel

Pada saat Kelas VII, kalian sudah mempelajari konsep persamaan linear dengan satu variabel. Selain itu, kalian sudah mempelajari operasi bentuk aljabar serta persamaan garis lurus di semester ini. Materi-materi tersebut adalah konsep dasar yang akan kalian gunakan untuk memahami sistem persamaan linear dua variabel. Namun sebelum kalian mengenal sistem persamaan linear dua variabel, terlebih dahulu kalian harus memahami konsep persamaan linear dua variabel. Pada kegiatan ini kalian akan mempelajari bagaimana menulis persamaan linear dengan dua variabel dari situasi yang diberikan.

Banyak sekali masalah yang berkaitan dengan persamaan linear dua variabel. Namun, masalah atau situasi bagaimana yang dapat dinyatakan dengan persamaan linear dua variabel? Bagaimana cara kita menuliskannya dengan persamaan? Untuk mengetahuinya, amati kegiatan berikut.

1. Arthur, seorang mahasiswa tingkat tiga, menerima les privat dan memperoleh Rp80.000,00 per jam.

   Lengkapi tabel berikut untuk mengetahui pendapatan Arthur.

Tabel 5.1 Pendapatan Arthur berdasarkan jumlah jam

Jumlah jam	Pendapatan (dalam puluhan ribu)
1	8
2	...
3	...
4	...
5	...

2. Gunakan nilai dalam tabel untuk melengkapi grafik di samping. Kemudian jawab pertanyaan di bawah ini.

   a. Menunjukkan apakah sumbu yang horizontal? Variabel apa yang kalian gunakan?

   b. Menunjukkan apakah sumbu yang vertikal? Variabel apa yang kalian gunakan?

   c. Berapa banyak pasangan berurutan dapat kalian ketahui dari tabel?

Gambar 5.1 Grafik pendapatan Arthur

3. Dapatkah kalian menuliskan persamaan yang menunjukkan bagaimana dua variabel saling terkait?
4. Apakah makna dari garis hijau pada grafik?
5. Setelah kalian menulis persamaan, apa yang membedakan persamaan di atas dengan persamaan linear satu variabel di kelas 7?

   Perhatikan bahwa variabel yang satu bergantung pada variabel yang lain.
6. Apakah banyaknya uang yang Arthur dapatkan bergantung pada banyaknya jam untuk memberikan les privat?
7. Apakah banyaknya jam yang Arthur luangkan untuk memberikan les privat bergantung pada banyaknya uang yang dia dapatkan?

Untuk lebih memahami bagaimana menuliskan persamaan, buatlah persamaan berdasarkan masalah berikut.

Ingat bahwa keliling persegi adalah 4 kali panjang sisinya.

a. Tuliskan rumus untuk menentukan keliling persegi.

b. Jelaskan variabel yang kalian gunakan.

   Apakah keliling persegi akan berubah jika panjang sisi persegi bertambah 1 satuan? Jelaskan jawaban kalian dengan menggunakan tabel dan grafik.

c. Dalam persamaan yang kalian buat, variabel manakah yang bergantung pada variabel yang lain?

Gambar 5.2 Persegi

Setelah kalian mengamati tabel dan grafik dari kegiatan Ayo Kita Amati, bagaimana cara kalian untuk menulis persamaan linear dua variabel? Bagaimana bentuk umum persamaan linear dua variabel? Buatlah pertanyaan lainnya yang terkait dengan persamaan linear dua variabel. Kemudian, ajukan pertanyaan yang telah kalian buat kepada guru atau teman kalian.

Sekelompok siswa SMP Sukamaju merencanakan studi lapangan. Perwakilan kelompok mereka mengamati brosur spesial yang ditawarkan oleh sebuah agen bus. Agen Bus Galaksi melayani tur satu hari dengan biaya sewa bus sebesar Rp2.000.000,00 dan untuk makan serta retribusi lainnya, tiap siswa dikenakan biaya sebesar Rp150.000,00. Untuk memudahkan menghitung biaya yang dikeluarkan oleh rombongan, ketua rombongan menulis persamaan seperti berikut.

Total biaya yang dikeluarkan	sama dengan	biaya sewa bus	ditambah	biaya retribusi	dikalikan	banyak siswa yang mengikuti studi lapangan

Variabel dari persamaan dimisalkan h, yakni total biaya yang dikeluarkan, dan s, yakni banyak siswa yang mengikuti studi lapangan. Sehingga, persamaannya menjadi $h = 2.000.000 + 150.000 \times s$ atau $h = 2.000.000 + 150.000s$.

Persamaan $h = 2.000.000 + 150.000s$ merupakan ***persamaan linear dua variabel***. Persamaan ini terdapat dua variabel, yakni h dan s yang keduanya berpangkat satu.

Berikut beberapa contoh persamaan linear dua variabel.

a. $y = 2x$

b. $y = 4x - 3$

c. $a + 2b = 4$

d. $3m + 6n = 9$

e. $0{,}3m - 0{,}6n = 2{,}1$

f. $\frac{1}{3}p + \frac{2}{9}q = \frac{4}{3}$

g. $y = x$

h. $y = \frac{1}{2}x + 7$

Perhatikan persamaan $h = 2.000.000 + 150.000s$. Bagaimana cara kita menentukan selesaiannya? Kita tahu bahwa persamaan linear satu variabel memiliki satu selesaian saja. Lantas, berapakah selesaian dari persamaan linear dua variabel? Selesaian persamaan linear dua variabel merupakan pasangan berurutan yang membuat persamaan menjadi benar.

Selesaian dari persamaan $h = 2.000.000 + 150.000s$ dapat ditentukan dengan menyubstitusikan (mengganti) nilai s dengan sebarang bilangan. Ingat, bahwa s menunjukkan banyak siswa yang mengikuti studi lapangan. Perhatikan langkah-langkah berikut.

Misalkan $s = 20$, maka $h = 2.000.000 + 150.000(20)$

$$h = 2.000.000 + 3.000.000$$

$$h = 5.000.000$$

Jadi, salah satu selesaian dari persamaan $h = 2.000.000 + 150.000s$ adalah (20, 5.000.000).

Perhatikan bahwa untuk $s = 20$ dan $h = 5.000.000$ membuat persamaan menjadi pernyataan yang bernilai benar. Apakah hanya satu selesaian saja? Tentunya tidak. Karena variabel s selalu berubah dan merupakan *variabel bebas*. Sedangkan variabel h adalah *variabel terikat* karena nilai *h bergantung* pada nilai s. Artinya, harga yang dikeluarkan kelompok siswa, bergantung pada banyaknya siswa yang ikut dalam studi lapangan.

Tentukan apakah pasangan berurutan berikut adalah salah satu selesaian dari persamaan yang diberikan.

a. $y = 2x$; (3, 6)

$6 = 2(3)$

$6 = 6$ (benar)

Jadi, (3, 6) adalah salah satu selesaian dari $y = 2x$.

b. $y = 4x - 3$; (4, 12)

$12 = 4(4) - 3$

$12 \neq 13$ (salah)

Jadi, (4, 12) bukan selesaian dari $y = 4x - 3$

Contoh 5.2

Persamaan $h = 2.000.000 + 150.000s$ menyatakan h (dalam rupiah) biaya yang dikeluarkan untuk studi lapangan sebanyak s siswa. Berapakah banyak siswa yang mengikuti studi lapangan jika biaya yang harus dikeluarkan adalah Rp7.700.000,00?

Alternatif Penyelesaian

Gunakan persamaan untuk menentukan nilai s dengan $h = 7.700.000$.

$h = 2.000.000 + 150.000s$

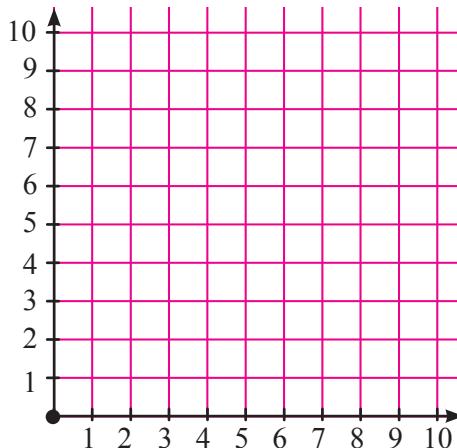
$7.700.000 = 2.000.000 + 150.000s$

$7.700.000 - 2.000.000 = 150.000s$

$5.700.000 = 150.000s$

$\frac{5.700.000}{150.000} = s$

$38 = s$

Jadi, banyak siswa yang ikut dalam studi wisata adalah 38 siswa.

Kalian bisa menggunakan tabel dan grafik untuk menyajikan persamaan linear dua variabel.

Contoh 5.3

Untuk mencari nilai x dan y yang memenuhi persamaan $4x + 2y = 8$, untuk x, $y \in$ himpunan bilangan bulat, dapat ditulis dalam bentuk tabel seperti berikut.

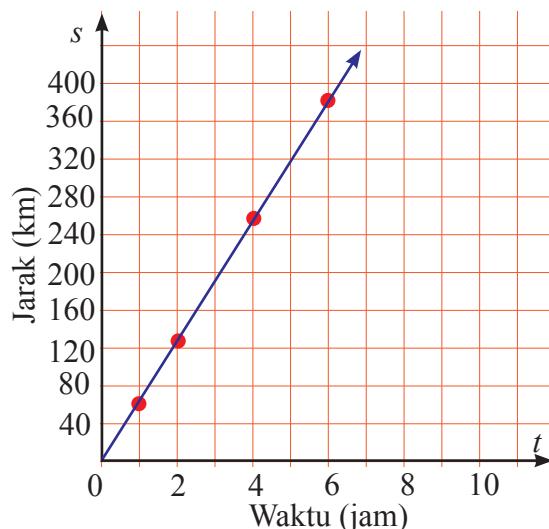
Variabel bebas, x	...	0	1	2	...
Variabel terikat, y	...	4	2	0	...
Pasangan berurutan (x, y)	...	(0, 4)	(1, 2)	(2, 0)	...

Gambar 5.3 Grafik persamaan $4x + 2y = 8$

Jadi, himpunan selesaian persamaan $4x + 2y = 8$

adalah {..., (0, 4), (1, 2), (2, 0), ...}.

Contoh 5.4

Salah satu persamaan linear dua variabel yang sering kita jumpai adalah rumus jarak. Jarak diperoleh dari hasil kali kecepatan dikali waktu. Perhatikan contoh berikut.

Rata-rata kecepatan kereta api adalah 64 km per jam. Buatlah persamaan, tabel, dan grafik yang menyatakan hubungan antara waktu dan jarak yang ditempuh kereta api.

Alternatif Penyelesaian

Untuk menyelesaikan masalah ini, kalian bisa menggunakan rumus $s = 64t$, s menyatakan jarak dan t menyatakan waktu. Tabel yang dibuat dari masalah di atas sebagai berikut.

Waktu (jam), t	$d = 64t$	Jarak (km), d	Pasangan berurutan (t, d)
1	$d = 64(1)$	64	(1, 64)
2	$d = 64(2)$	128	(2, 128)
4	$d = 64(4)$	256	(4, 256)
6	$d = 64(6)$	384	(6, 384)

Gambar 5.4 Grafik jarak dan waktu yang ditempuh

Tentukan selesaian sebanyak mungkin dari persamaan berikut.

a. $x + y = 4$ b. $b = 2a - 4$

Untuk menentukan selesaian persamaan $x + y = 4$, kita perlu menentukan terlebih dahulu himpunan semesta dari variabel x dan y. Misalkan himpunan semesta variabel x dan y dalam persamaan adalah bilangan asli. Selesaian dari persamaan $x + y = 4$ dapat ditentukan sebagai berikut.

x	y	$x + y$
1	3	4
2	2	4
3	1	4
4	0	

Jadi, selesaian dari persamaan linear dua variabel untuk x dan y adalah anggota himpunan bilangan asli adalah (1, 3), (2, 2), dan (3, 1). Terdapat tiga selesaian. (4, 0) bukanlah selesaian dari $x + y = 4$, untuk x dan y anggota himpunan bilangan asli, karena $y = 0$ bukan anggota bilangan asli.

Lain halnya jika himpunan semesta dari x dan y dalam persamaan adalah bilangan bulat. Selesaian dari persamaan $x + y = 4$ dengan x dan y adalah anggota himpunan bilangan bulat dapat ditentukan sebagai berikut.

x	y	$x + y$
−1	5	4
0	4	4
1	3	4
2	2	4
3	1	4
4	0	4
5	−1	4
6	−2	4
...	...	...

Jadi, selesaian dari persamaan linear dua variabel untuk x dan y adalah anggota himpunan bilangan bulat adalah (−1, 5), (0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0), (5, −1), (6, −2), ... Tahukah kalian berapa banyak selesaian $x + y = 4$ untuk x dan y anggota himpunan bilangan bulat?

Berapa banyak selesaian yang dimiliki oleh persamaan linear dua variabel?

Untuk menentukan selesaian dari persamaan $b = 2a - 4$, kami tinggalkan buat kalian untuk diselesaikan sendiri.

1. Lima siswa SMP Sukamaju telah menabung untuk mengikuti studi wisata. Mereka menyajikan data untuk menunjukkan tabungan masing-masing sebagai berikut.

Tabungan Arga

Waktu (minggu)	Jumlah (Rupiah)
0	50000
2	65000
4	80000
6	95000
8	110000
10	125000

Tabungan Maya

Waktu (minggu)	Jumlah (Rupiah)
0	0
1	25000
2	50000
3	75000
4	100000
5	125000

Tabungan Inul

Waktu (minggu)	Jumlah (Rupiah)
0	0
1	25000
2	40000
3	60000
4	70000
5	95000

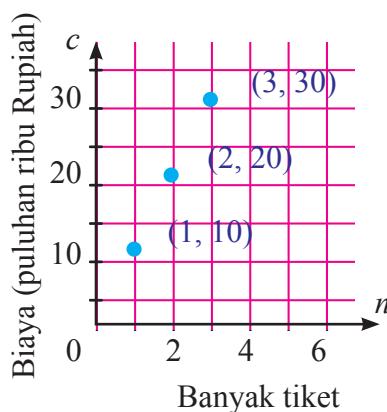
Tabungan Liem

$T = 3000w$

T menunjukan jumlah tabungan
w menunjukan lama menabung (minggu)

Tabungan Fiki

$T = \frac{250000}{w}$

T menunjukan jumlah tabungan
w menunjukan lama menabung (minggu)

Manakah di antara kelima data di atas yang dapat menyatakan persamaan linear dua variabel? Jelaskan.

2. Perhatikan penyederhanaan bentuk aljabar yang dilakukan Mia di samping.

$$\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3, x \neq y$$

$$\frac{(x - y)(x + y)}{x - y} = 3$$

$$x + y = 3$$

Setelah itu, Mia mengatakan bahwa $\dfrac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$ merupakan persamaan linear dua variabel karena bisa disederhanakan menjadi $x + y = 3$.

Menurut kalian, apakah pernyataan Mia benar?

3. Grafik berikut menunjukkan biaya c (dalam puluhan ribu rupiah) untuk pembelian n tiket masuk pemandian air panas.

   a. Apakah titik-titik pada grafik dapat dihubungkan dengan garis untuk menunjukkan selesaian? Jelaskan alasan kalian.

   b. Apakah mungkin selesaian dari masalah tersebut bernilai negatif? Jelaskan.

   c. Tuliskan persamaan linear dua variabel yang menyatakan grafik.

4. Dari pengalaman kalian menggali informasi, hal-hal apa saja yang perlu diperhatikan dalam menentukan selesaian dari suatu persamaan linear dua variabel?

5. Buatlah bidang Kartesius yang memuat titik-titik dari himpunan selesaian $4x + 2y = 8$. Hubungkan titik-titik tersebut dengan suatu garis. Berbentuk apakah garis yang kalian buat, garis melengkung ataukah garis lurus?

6. Apakah $2x + 4y = 9$ mempunyai himpunan selesaian pada bilangan asli? Jelaskan.

7. Apa yang dapat kalian ketahui dari bentuk garis jika selesaian suatu persamaan adalah bilangan bulat? Bagaimana bentuk garis suatu persamaan jika selesaiannya adalah bilangan real? Jelaskan.

Ayo Kita Berbagi

Sajikan hasil penalaran kalian di depan kelas. Periksa dan silakan saling memberi komentar secara santun dari pendapat teman di kelas.

1. Manakah di antara persamaan berikut yang merupakan persamaan linear dua variabel?

   a. $2 + 12p = 8$
   b. $3q = 4 - 2p$
   c. $4p + 2 = 8$
   d. $\frac{x}{3} - \frac{3y}{2} = 5$
   e. $8xy + 9x = 18$
   f. $\frac{x}{3} - \frac{3y}{2} = 6$
   g. $c = 10t - 5$
   h. $n = 4n - 6$

2. Tulislah rumus untuk ukuran yang diberikan berikut. Jelaskan setiap variabel yang kalian gunakan. Tentukan manakah variabel terikat dari rumus yang kalian tulis.

   a. Keliling persegi panjang dengan panjang 5 dm.
   b. Luas trapesium dengan panjang dua sisi sejajarnya adalah 7 cm dan 11 cm.

3. Tentukan apakah pasangan berurutan berikut merupakan salah satu selesaian dari persamaan yang diberikan atau tidak.

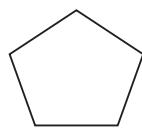
   a. $y = 4x$; (0, 4)
   b. $y = 3x$; (2, 6)
   c. $y = 5x - 10$; (3, 5)
   d. $y = x + 7$; (1, 6)
   e. $y = 7x + 2$; (2, 0)
   f. $y = 2x - 3$; (4, 5)

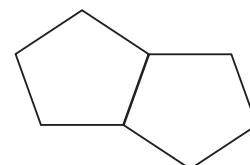
4. Untuk membayar tagihan air, pelanggan untuk rumah tangga golongan II dikenakan biaya administrasi Rp6.500,00 per bulan dan biaya pemakaian air Rp5.000,00 per m^3. Tuliskan persamaan linear dua variabel yang menunjukkan total biaya pelanggan rumah tangga golongan II tiap bulannya.

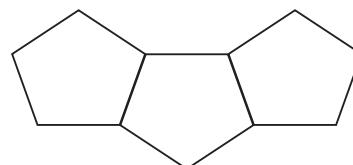
5. Lengkapi pasangan berurutan berikut sehingga menjadi selesaian dari persamaan.

a. $y = 8x + 3$; (1, ...)

b. $2x + y = 4$; (..., 4)

c. $9x + y = 22$; (..., 4)

d. $y = 12x + 2$; (..., 14)

6. Seorang atlet selalu menjaga kondisi badannya dengan olahraga rutin. Olahraga yang dilakukan secara rutin akan membakar kalori. Lama (rentang waktu) olahraga pun menjadi salah satu faktor berapa banyak kalori yang terbakar saat olahraga. Berikut tabel yang menunjukkan hubungan antara lama berolahraga dengan banyak kalori yang terbakar.

Lama olahraga (menit), *m*	**Kalori yang terbakar (kalori), *k***
10	300
20	400
30	500
40	600

Tentukan persamaan yang menunjukkan hubungan antara lama berolahraga dengan banyaknya kalori yang terbakar.

7. Perhatikan ketiga bangun yang terbentuk dari segi lima berikut.

Bangun 1 **Bangun 2** **Bangun 3**

a. Salin dan lengkapi tabel sampai bangun kelima.

b. Tuliskan persamaan untuk menentukan keliling tiap-tiap bangun.

Banyak segi lima	Keliling
1	5
2	8
3	11
...	...

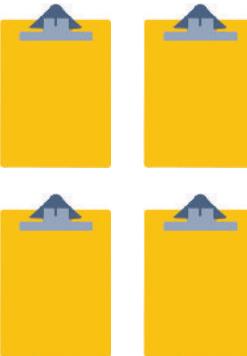
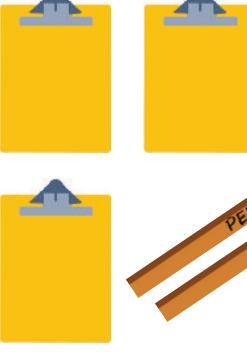
8. Bu Retno memberlakukan "Sistem Kejujuran" bagi setiap siswa yang ingin membeli pensil dan penghapus. Siswa hanya tinggal meletakkan uangnya ke dalam "kotak kejujuran" yang disediakan. Di koperasi sekolah, harga setiap pensil adalah Rp2.500,00 dan harga setiap penghapus Rp1.500,00 Suatu hari, Bu Retno mendapatkan Rp10.500,00 dalam kotak kejujuran. Beliau merasa kebingungan ketika menentukan banyak pensil dan penghapus yang terjual. Bantu Bu Retno untuk menentukan banyak pensil dan penghapus yang mungkin.

9. Perhatikan dialog berikut.

   Zainul : "Seharusnya persamaan $4x + 5y = 11$ tidak memiliki selesaian."

   Erik : "Lho, $4x + 5y = 11$ punya selesaian, misalnya $(-1, 3)$."

   a. Mengapa Zainul mengatakan itu, sedangkan Erik mengatakan hal yang lain?
   b. Nah, untuk semesta yang bagaimanakah pernyataan Zainul benar?

10. Apakah $2x + 4y = 10$ mempunyai selesaian pada himpunan bilangan asli? Sebutkan apa saja selesaiannya.

Kegiatan 5.2 Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel dengan Menggambar Grafik

Nawa dan Rina membeli alat tulis untuk mereka sendiri dan teman-temannya. Mereka membeli di toko yang sama dan membeli barang dengan merek yang sama. Masalahnya adalah mereka lupa meminta struk pembelian.

Tabel 5.2 Banyak alat tulis dan harganya

Alat Tulis	Keterangan
PENSIL PENSIL PENSIL PENSIL PENSIL PENSIL PENSIL PENSIL Rp80.000,00	Rina mengeluarkan Rp80.000,00 untuk membeli empat papan penjepit dan delapan pensil.
PENSIL PENSIL PENSIL PENSIL PENSIL PENSIL PENSIL PENSIL PENSIL PENSIL Rp70.000,00	Nawa mengeluarkan Rp70.000,00 untuk membeli tiga papan penjepit dan sepuluh pensil.

Bagaimana cara kita untuk membantu Nawa dan Rina untuk mengetahui harga satu papan penjepit dan satu pensil? Untuk mengetahui bagaimana cara membantu Nawa dan Rina, ikuti **Kegiatan 5.2** ini dengan baik.

Pak Mursalin memulai bisnis baru dengan menyewakan kamar. Selain menyewakan kamar, beliau juga menyediakan makanan bagi setiap pengunjung.

Untuk itu, Pak Mursalin menata ulang setiap kamar rumahnya dengan biaya yang dikeluarkannya sebesar Rp5.000.000,00. Biaya untuk menyiapkan makanan sebesar Rp100.000,00 per malam. Pak Mursalin menyewakan Rp600.000,00 per malam setiap kamarnya sudah termasuk fasilitas makan.

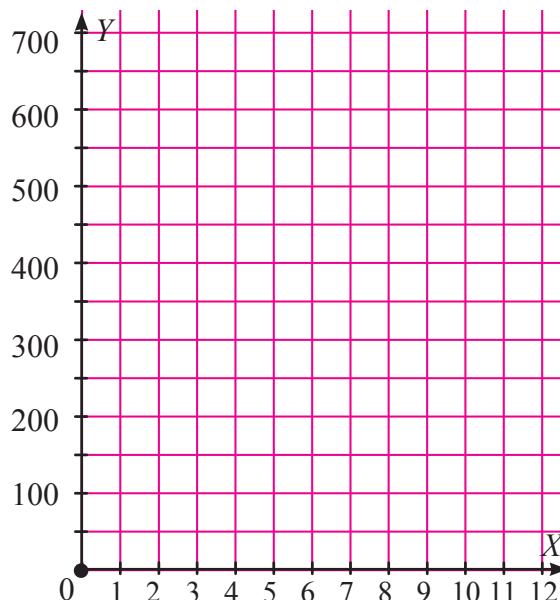
a. Tulis persamaan yang menunjukkan biaya yang dikeluarkan.

b. Tulis persamaan yang menunjukkan pendapatan.

Besar Pendapatan, P = Rp600.000 per malam × lama menginap, x

Perhatikan bahwa pada situasi yang dialami oleh Pak Mursalin terdapat dua persamaan. Kumpulan dua (atau lebih) persamaan linear dua variabel disebut **sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV)**. Sehingga, dua persamaan yang dimaksud adalah

$C = 100.000x + 5.000.000$ (untuk pengeluaran)

$P = 600.000x$ (untuk pendapatan yang diperoleh)

c. Gunakan kedua persamaan untuk menentukan berapa malam Pak Mursalin menyewakan kamar sehingga uang dari penyewaan dapat menutupi biaya pengeluaran. Hal ini dinamakan *break-even point* (*Break event point* adalah suatu keadaan di mana dalam suatu operasi perusahaan tidak mendapat untung maupun rugi/impas (pendapatan = total biaya pengeluaran).

Salin dan lengkapi tabel berikut.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
C												
P												

d. Berapa malam yang Pak Mursalin butuhkan untuk menyewakan kamarnya sebelum impas?

e. Gambar grafik kedua persamaan pada poin b dalam satu bidang koordinat.

Gambar 5.4 Grafik pengeluaran dan pendapatan penyewaan kamar

Keterangan: satuan pada sumbu-Y adalah dalam puluhan ribu rupiah.

f. Tentukan titik potong kedua grafik. Apa maksud dari titik potong ini? Bandingkan dengan *break-even point* pada poin c.

Setelah kalian menggambar dua grafik dari dua persamaan, buatlah pertanyaan yang terkait dengan sistem persamaan linear dan selesaiannya. Misalnya, kalian bisa mengajukan pertanyaan "Mengapa titik perpotongan dari kedua grafik dikatakan sebagai selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel?"

Untuk lebih memahami bagaimana menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel, ayo kita menggali informasi.

Sistem persamaan linear dua variabel adalah kumpulan dua atau lebih persamaan linear dua variabel dalam variabel yang sama. Perhatikan contoh berikut.

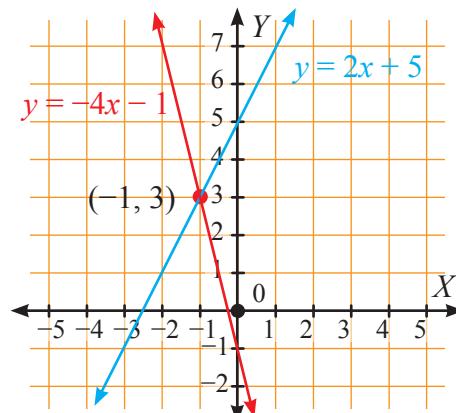
$$\begin{cases} y = x + 1 & \text{(persamaan 1)} \\ y = 2x - 7 & \text{(persamaan 2)} \end{cases}$$

Selesaian dari persamaan linear dua variabel berupa pasangan berurutan yang merupakan salah satu selesaian untuk setiap persamaan. Selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel adalah titik potong grafik dari kedua persamaan.

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel menggunakan grafik, langkah-langkah yang harus dilakukan adalah sebagai berikut.

Langkah 1. Gambar grafik kedua persamaan dalam satu bidang koordinat.

Langkah 2. Perkirakan titik perpotongan kedua grafik.

Langkah 3. Periksa titik potong kedua grafik dengan menyubstitusikan nilai x dan y ke dalam setiap persamaan.

Tentukan selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel berikut.

$$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -4x - 1 \end{cases}$$

Langkah 1. Gambar grafik kedua persamaan.

Langkah 2. Perkirakan titik potong kedua grafik. Titik potongnya berada di $(-1, 3)$.

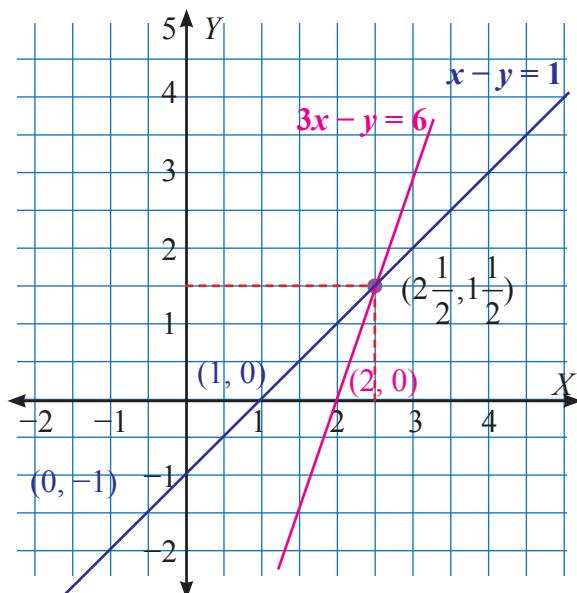
Langkah 3. Periksa titik potong.

Persamaan 1	persamaan 2
$y = 2x + 5$	$y = -4x - 1$
$3 \stackrel{?}{=} 2(-1) + 5$	$3 \stackrel{?}{=} -4(-1) - 1$
$3 = 3$ (benar)	$3 = 3$ (benar)

Jadi, selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel di atas adalah $(-1, 3)$.

Tentukan selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel berikut dengan menggunakan grafik.

$x - y = 1$

$3x - y = 6$

Langkah 1. Gambar grafik kedua persamaan.

Langkah 2. Perkirakan titik potong kedua grafik. Titik potongnya berada di $\left(2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}\right)$

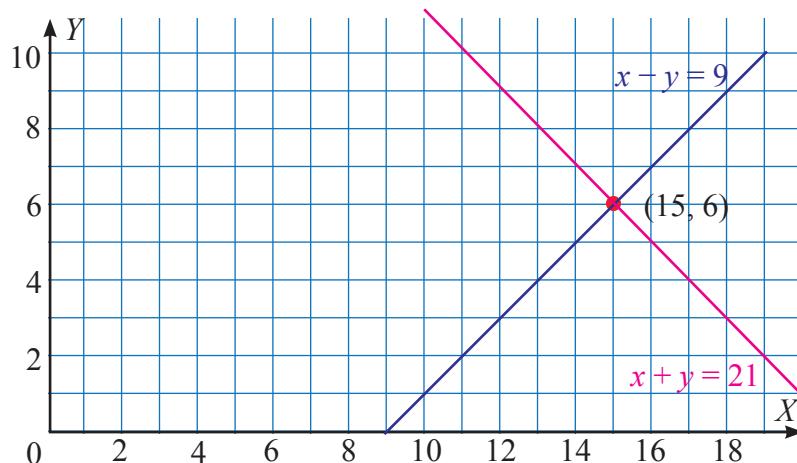
Langkah 3. Periksa titik potong.

Persamaan 1	Persamaan 2
$x - y = 1$	$3x - y = 6$
$2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} \stackrel{?}{=} 1$	$3 \times 2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} \stackrel{?}{=} 6$
$1 = 1$ (benar)	$6 = 6$ (benar)

Jadi, selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel di atas adalah $\left(2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}\right)$.

Keliling sebuah kebun berbentuk persegi panjang adalah 42 m. Selisih panjang dan lebar kebun adalah 9 m. Tentukan dan selesaikan sistem persamaan untuk menemukan panjang dan lebar kebun.

Untuk menyelesaikan masalah di atas, kita harus mengubah kalimat tersebut menjadi kalimat matematika. Sehingga diperoleh dua persamaan seperti berikut.

Misalkan panjang dan lebar persegi panjang berturut-turut adalah x dan y.

Keliling kebun yang berbentuk persegi panjang adalah 42 m, berarti

$$2(x + y) = 42$$

$$x + y = 21 \qquad \text{(persamaan 1)}$$

Selisih panjang dan lebar kebun adalah 9 m, berarti

$$x - y = 9 \qquad \text{(persamaan 2)}$$

Langkah 1. Gambar grafik kedua persamaan.

Langkah 2. Perkirakan titik potong kedua grafik. Titik potongnya berada di (15, 6).

Langkah 3. Periksa titik potong.

Persamaan 1	Persamaan 2
$x + y = 21$	$x - y = 9$
$15 + 6 = 21$	$15 - 6 = 9$
$21 = 21$ (benar)	$9 = 9$ (benar)

Jadi, selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel di atas adalah (15, 6).

Sehingga, panjang dan lebar kebun berturut-turut adalah 15 m dan 6 m.

Perhatikan kembali grafik pada masalah kebun di atas. Mengapa kedua grafik tidak bisa diperpanjang hingga memotong sumbu koordinat?

Seperti halnya **Contoh 5.7**, giliran kalian menyelesaikan masalah Nawa dan Rina di awal **Kegiatan 5.2** ini. Tentukan harga satu papan penjepit dan satu pensil.

Diskusikan jawaban dari pertanyaan berikut dengan teman kalian.

1. Apakah persamaan $4x - 3y = 5$ dan $7y + 2x = -8$ membentuk sistem persamaan linear dua variabel? Jelaskan.
2. Gunakan grafik untuk menentukan penyelesaian Sistem persamaan linear dua variabel berikut.

$$2x + 3y = 1$$
$$x - y = -2$$

   dengan $x, y \in$ himpunan bilangan asli.

   Apakah kalian menemukan selesaiannya? Jelaskan.
3. Tentukan syarat sebuah sistem persamaan linear dua variabel memiliki selesaian.
4. Apa yang harus kalian perhatikan untuk menentukan selesaian dengan menggunakan grafik? Jelaskan.

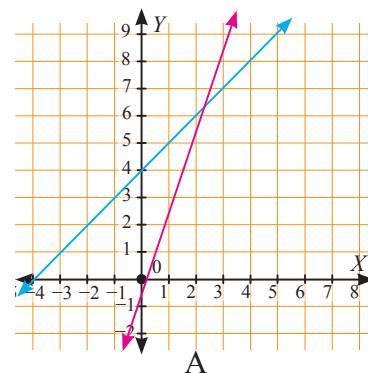
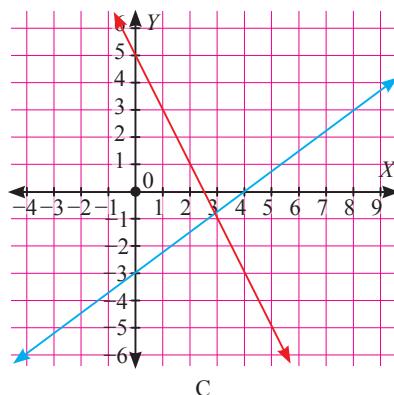
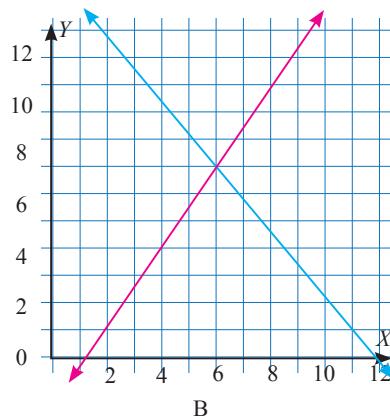
5. Apakah mungkin untuk sistem persamaan linear dua variabel memiliki tepat dua selesaian? Jelaskan alasanmu.

6. Buatlah grafik dari selesaian sistem persamaan linear dua variabel berikut pada bidang Kartesius.

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

a. Bagaimanakah hubungan kedua garis? Apakah kalian menemukan titik potong dari kedua garis? Jika ya, apakah sistem persamaan linear dua variabel di atas memiliki selesaian?

b. Simpulan apa yang dapat kalian peroleh dari kasus ini?

Sajikan hasil penalaran kalian di depan kelas. Periksa dan silakan saling memberi komentar secara santun dari pendapat teman di kelas.

1. Gunakan tabel untuk menentukan titik impas (*break-even point*) dari persamaan berikut.

   a. $C = 15x + 150$, $P = 45x$

   b. $C = 24x + 80$, $P = 44x$

   c. $C = 36x + 200$, $P = 76x$

2. Pasangkan dua sistem persamaan berikut dengan tiga grafik A, B, atau C di bawahnya. Kemudian, gunakan grafik untuk memperkirakan selesaiannya.

   a. $y = 1.5x - 2$, $y = -x + 13$

   b. $y = x + 4$, $y = 3x - 1$

B

C

3. Tentukan selesaian dari sistem persamaan linear berikut dengan menggunakan grafik.

   a. $y = 2x + 9$
      $y = 6 - x$

   b. $y = -x - 4$
      $y = \frac{3}{5}x + 4$

   c. $y = 2x + 5$
      $y = \frac{1}{2}x - 1$

   d. $x - y = 7$
      $0{,}5x + y = 5$

4. Biaya untuk merawat serta perbaikan kuda dan kereta dinyatakan dalam persamaan $C = 15.000x + 2.000.000$, di mana x adalah banyaknya berkeliling. Jika ongkos untuk satu kali naik berkeliling kota adalah Rp35.000,00, tentukan:

   a. persamaan pendapatan yang diperoleh pemilik kereta kuda
   b. berapa kali kereta untuk berkeliling kota supaya memperoleh *break-even point*?

5. Sebagai latihan menghadapi UAS, kalian mendapatkan tugas matematika dan IPA untuk dikerjakan di rumah sebanyak 42 soal. Tugas matematika yang kalian peroleh 10 soal lebih banyak daripada soal IPA. Berapa banyak soal untuk setiap mata pelajaran? Gunakan sistem persamaan linear untuk mengecek jawaban kalian.

Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel dengan Substitusi

Pada **Kegiatan 5.3** kalian menentukan selesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan grafik. Namun, menurut kalian apakah menentukan selesaian dengan grafik lebih efisien? Apakah ada cara lain selain menggunakan grafik? Untuk mengetahuinya, amati kegiatan berikut.

Perhatikan bagaimana menentukan selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel berikut.

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$$

Dari persamaan $2x + y = 3$, kita dapat menentukan nilai x dengan mengganti (*menyubstitusi*) bentuk persamaan y seperti berikut.

Ubah persamaan $2x + y = 3$ menjadi $3 - 2x$.

Substitusikan $3 - 2x$ untuk y ke persamaan $x - 3y = 5$, sehingga

$$\begin{aligned} x - 3y &= 5 \\ x - 3(3 - 2x) &= 5 \\ 7x - 9 &= 5 \\ 7x - 9 + 9 &= 5 + 9 \\ 7x &= 14 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Setelah itu, substitusikan nilai $x = 2$ ke persamaan $y = 3 - 2x$, sehingga

$y = 3 - 2(2)$

$y = 3 - 4$

$y = -1$

Untuk memeriksa apakah $x = 2$ dan $y = -1$ adalah selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel, kita harus memeriksanya.

Jika $x = 2$ dan $y = -1$, maka $2x + y = 3$

$$2(2)+(-1)\stackrel{?}{=}3$$

$$3 = 3 \text{ (benar)}$$

Jika $x = 2$ dan $y = -1$, maka $x - 3y = 5$

$$2-3(-1)\stackrel{?}{=}5$$

$$5 = 5 \text{ (benar)}$$

Jadi, selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel adalah $(2, -1)$.

Bagaimana langkah-langkah untuk menentukan selesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode substitusi? Apakah dengan menggantikan variabel x juga akan memperoleh selesaian yang sama? Buatlah pertanyaan lainnya terkait dengan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan substitusi.

Untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel, khususnya soal cerita, perhatikan contoh berikut.

Perhatikan gambar di bawah.

a.

b.

Tentukan sistem persamaan linear dua variabel yang terbentuk dari kedua gambar di atas. Selanjutnya tentukan harga satu kacamata dan satu celana.

Misalkan harga satu kacamata adalah x dan harga satu celana adalah y.

Harga satu kacamata dan dua celana adalah Rp500.000,00, persamaannya adalah $x + 2y = 500.000$ (persamaan 1)

Harga tiga kacamata dan satu celana adalah Rp500.000,00, persamaannya adalah $3x + y = 500.000$ (persamaan 2)

Sistem persamaan linear dua variabel yang dibentuk adalah $\begin{cases} x + 2y = 500.000 \\ 3x + y = 500.000 \end{cases}$

Dengan menggunakan metode substitusi, maka kita ubah persamaan 1 menjadi

$x = 500.000 - 2y$.

Kemudian substitusi $500.000 - 2y$ ke dalam persamaan 2, sehingga

$$\begin{aligned} 3x + y &= 500.000 \\ 3(500.000 - 2y) + y &= 500.000 \\ 1.500.000 - 6y + y &= 500.000 \\ 1.500.000 - 5y &= 500.000 \\ 1.000.000 &= 5y \\ 200.000 &= y \end{aligned}$$

Kemudian mensubstitusikan 200.000 ke persamaan $x = 500.000 - 2y$.

$x = 500.000 - 2(200.000)$

$x = 500.000 - 400.000$

$x = 100.000$

Jadi, selesaian dari sistem persamaan linear adalah (100.000, 200.000).

Dengan kata lain, harga satu kacamata dan satu celana masing-masing adalah Rp100.000,00 dan Rp200.000,00.

Tentukan selesaian dari Sistem persamaan linear dua variabel $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ 7x - 2y = 5 \end{cases}$

Karena persamaan pertama sudah terbentuk dalam persamaan y, maka $y = 2x - 4$ langsung disubstitusi ke persamaan 2.

$$\begin{aligned} 7x - 2y &= 5 \\ 7x - 2(2x - 4) &= 5 \\ 7x - 4x + 8 &= 5 \\ 3x + 8 &= 5 \\ 3x &= -3 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Nilai $x = -1$ disubstitusikan ke persamaan 1.

$$\begin{aligned} y &= 2x - 4 \\ &= 2(-1) - 4 \\ &= -2 - 4 \\ &= -6 \end{aligned}$$

Jadi, selesaian dari Sistem persamaan linear dua variabel $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ 7x - 2y = 5 \end{cases}$ adalah $(-1, -6)$.

a. Ketika kalian menentukan selesaian Sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode substitusi, bagaimana kalian bisa menentukan variabel mana yang kalian pilih untuk langkah pertama dari metode ini?

b. Persamaan yang bagaimana yang menurut kalian lebih mudah menggunakan metode substitusi? Jelaskan alasan kalian.

c. Apakah penyelesaian Sistem persamaan linear dua variabel menggunakan grafik memberikan selesaian yang sama dengan metode substitusi? Jelaskan alasan kalian.

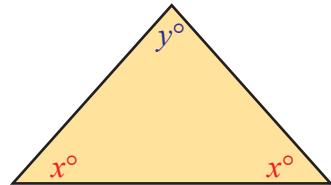
d. Musofa menyelesaikan Sistem persamaan linear dua variabel $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$

seperti berikut.

Langkah 1:	Langkah 2:
$2x + y = 5$	$2x + (-2x + 5) = 5$
$y = -2x + 5$	$x - 2x + 5 = 5$
	$5 = 5$

Jelaskan kesalahan yang dilakukan Musofa, kemudian bantu dia dengan memperbaiki langkah-langkah penyelesaian Sistem persamaan linear dua variabel.

Diskusikan jawaban dengan teman kalian dan sampaikan di depan kelas.

1. Di antara Sistem persamaan linear dua variabel berikut ini, manakah yang lebih mudah untuk menggunakan metode substitusi ketika menentukan selesaiannya. Jelaskan jawaban kalian.

   a. $2x + 3y = 5$
      $4x - y = 3$

   b. $4x - y = 3$
      $\frac{2}{3}x + 5y = -1$

   c. $2x + 10y = 14$
      $5x - 9y = 1$

2. Selesaikan sistem persamaan berikut dengan menggunakan substitusi.

   a. $y = x - 4$
      $y = 4x - 10$

   b. $x = 2y + 7$
      $3x - 2y = 3$

   c. $4x - 2y = 14$
      $y = \frac{1}{2}x - 1$

3. Terdapat 64 siswa yang bergabung dalam bakat musik dan drama. Anggota bakat minat musik memiliki 10 anggota lebih banyak daripada anggota bakat minat drama.
   a. Tuliskan sistem persamaan linear yang menunjukkan situasi di atas.
   b. Berapa banyak siswa yang berada pada setiap bakat minat, baik musik dan drama?

4. Selesaikan sistem persamaan berikut dengan menggunakan substitusi.

   a. $y - x = 0$
      $2x - 5y = 9$

   b. $x + 4y = 14$
      $3x + 7y = 22$

   c. $-2x - 5y = 3$
      $3x + 8y = -6$

5. Ukuran sudut tumpul pada segitiga sama-kaki di samping adalah dua setengah kali dari besar salah satu sudut alasnya. Tulis sistem persamaan linear untuk menentukan ukuran ketiga sudut dalam segitiga tersebut.

6. Jumlah digit-digit dari suatu bilangan puluhan adalah 8. Jika kedua digit ditukarkan, bilangan tersebut bertambah 36. Tentukan bilangan tersebut semula.

7. Penampungan hewan di sudut kota menampung 65 ekor kucing dan anjing yang terlantar. Perbandingan kucing dan anjing di penampungan adalah 6 : 7. Berapa banyak kucing dalam penampungan itu? Berapa banyak anjing dalam penampungan itu?

Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel dengan Eliminasi

Pada **Kegiatan 5.2** dan **5.3** kalian telah mempelajari bagaimana menentukan selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan grafik dan substitusi. Namun, terdapat satu cara lagi untuk menentukan selesaian Sistem persamaan linear dua variabel. Kalian nantinya bisa memilih di antara ketiga metode tersebut mana yang lebih mudah. Kalian akan mengetahui kapan menggunakan substitusi, grafik , dan metode eliminasi.

Sistem persamaan berikut bisa kita selesaikan dengan menggunakan dua metode.

a. $2x + y = 4$, $2x - y = 0$

b. $3x - y = 4$, $3x + y = 2$

c. $x + 2y = 7$, $x - 2y = -5$

Metode 1. Pengurangan	**Metode 2. Penjumlahan**
Kurangkan persamaan pertama dengan persamaan kedua. Bagaimanakah hasilnya? Jelaskan bagaimana kalian dapat menggunakan hasilnya untuk menentukan selesaian sistem persamaan linear dua variabel?	Jumlahkan kedua persamaan. Berapakah hasilnya? Jelaskan bagaimana kalian dapat menggunakan hasil ini untuk menentukan selesaian sistem persamaan linear dua variabel?
$2x + y = 4$ $\underline{2x - y = 0}\ -$ $2y = 4$ $y = 2$ Nilai y = 2 disubstitusikan ke salah satu persamaan. $2x + y = 4$ $2x + 2 = 4$ $2x = 2$ $x = 1$ Jadi, selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel adalah (1, 2).	$2x + y = 4$ $\underline{2x - y = 0}\ +$ $4x = 4$ $x = 1$ Nilai $x = 1$ disubstitusikan ke salah satu persamaan. $2x + y = 4$ $2(1) + y = 4$ $2 + y = 4$ $y = 2$ Jadi, selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel adalah (1, 2).

Penggunaan kedua metode menghasilkan selesaian yang sama. Bagaimana dengan sistem persamaan linear dua variabel b. dan c? Apakah dengan menggunakan kedua metode di atas juga menghasilkan selesaian yang sama?

Namun, tidak semua sistem persamaan linear dua variabel dapat dengan langsung dikurangkan atau dijumlahkan. Perhatikan sistem persamaan linear dua variabel berikut.

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + 5y = 1 \end{cases}$$

Dapatkah kalian mengurangkan atau menjumlahkan kedua persamaan untuk menentukan selesaian sistem persamaan linear dua variabel di atas?

Selanjutnya, buatlah pertanyaan lainnya terkait dengan penyelesaian sistem persamaan linear dengan menggunakan metode eliminasi.

a. Untuk menggunakan metode eliminasi, kita dapat mengubah persamaan pertama sehingga koefisien y sama dengan persamaan kedua.

$2x + y = 2$ (dikalikan 5) $10x + 5y = 10$

$x + 5y = 1$ $\quad\quad x + 5y = 1$

Kurangkan kedua persamaan, seperti berikut.

$$\begin{array}{r} 10x + 5y = 10 \\ x + 5y = 1 \\ \hline 9x = 9 \\ x = 1 \end{array} \; -$$

Substitusi nilai x =1 ke salah satu persamaan semula untuk menentukan nilai y.

$x + 5y = 1$

$1 + 5y = 1$

$5y = 0$

$y = 0$

Jadi, selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + 5y = 1 \end{cases}$ adalah (1, 0).

b. Untuk menggunakan metode eliminasi, kita dapat mengubah persamaan kedua sehingga koefisien x sama dengan persamaan pertama.

$2x + y = 2$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $2x + y = 2$

$x + 5y = 1$ $\qquad$ (dikalikan 2) $\qquad$ $2x + 10y = 2$

Kurangkan kedua persamaan, seperti berikut.

$$\begin{array}{r} 2x + y = 2 \\ \underline{2x + 10y = 2} \; - \\ -9y = 0 \\ y = 0 \end{array}$$

Substitusi nilai $y = 2$ ke salah satu persamaan semula untuk menentukan nilai x.

$x + 5y = 1$

$x + 5(0) = 1$

$x + 0 = 1$

$x = 1$

Jadi, selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + 5y = 1 \end{cases}$ adalah (1, 0).

Contoh 5.11

Tentukan selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel $\begin{cases} x + 3y = -2 \\ x - 3y = 16 \end{cases}$.

Perhatikan bahwa koefisien y pada kedua persamaan sama dan sudah berlawanan. Sehingga kita bisa menjumlahkannya.

$$\begin{aligned} x + 3y &= -2 \\ \underline{x - 3y} &\underline{= 16} \; + \\ 2x &= 14 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Substitusikan $x = 7$ ke salah satu persamaan semula dan tentukan nilai y.

$$\begin{aligned} x + 3y &= -2 \\ 7 + 3y &= -2 \\ 3y &= -9 \\ y &= -3 \end{aligned}$$

Jadi, selesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} x + 3y = -2 \\ x - 3y = 16 \end{cases}$ adalah $(7, -3)$.

Tentukan selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel $\begin{cases} -6x + 5y = 25 \\ -2x - 4y = 14 \end{cases}$.

Langkah pertama yang harus dilakukan adalah menyamakan salah satu koefisien kedua persamaan. Misal, kalikan persamaan kedua dengan 3 untuk mengeliminasi variabel x.

$-6x + 5y = 25$		$-6x + 5y = 25$
$-2x - 4y = 14$	(kalikan 2)	$-6x - 12y = 42$

Kurangkan kedua persamaan, sehingga diperoleh

$$-6x + 5y = 25$$
$$-6x - 12y = 42$$
$$17y = -17$$
$$y = -1$$

Substitusikan -1 untuk nilai y pada salah satu persamaan semula untuk menentukan nilai x.

$$-2x - 4y = 14$$
$$-2x - 4(-1) = 14$$
$$-2x + 4 = 14$$
$$-2x = 10$$
$$x = -5$$

Jadi, selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel $\begin{cases} -6x + 5y = 25 \\ -2x - 4y = 14 \end{cases}$ adalah $(-5, -1)$.

Contoh 5.13

Tiga kaos dan empat topi dijual seharga Rp960.000,00. Dua kaos dan lima topi dijual Rp990.000,00. Berapakah harga setiap kaos?

Misalkan harga satu kaos adalah x dan harga satu topi adalah y, maka sistem persamaan linear dua variabel.

$$3x + 4y = 960.000$$
$$2x + 5y = 990.000$$

Untuk menentukan harga setiap kaos, eliminasi variabel y.

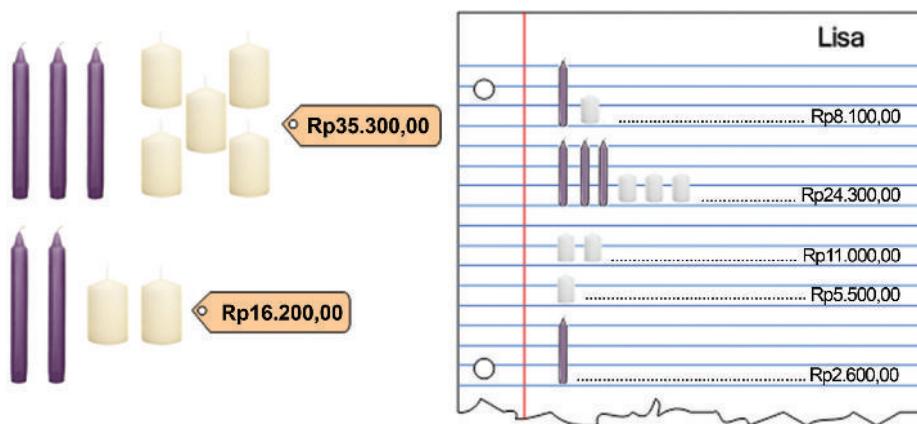
Kalikan persamaan pertama dengan 5 dan kalikan persamaan kedua dengan 4.

$$3x + 4y = 960.000 \quad \text{(kalikan 5)} \quad 15x + 20y = 4.800.000$$
$$2x + 5y = 990.000 \quad \text{(kalikan 4)} \quad 8x + 20y = 3.960.000$$

Kurangkan kedua persamaan seperti berikut.

$$25x + 20y = 4.800.000$$
$$\underline{8x + 20y = 3.960.000} \; -$$
$$7x = 840.000$$
$$x = 120.000$$

Jadi, harga satu kaos adalah Rp120.000,00.

Selesaikan teka-teki berikut untuk mengetahui nama ahli matematika wanita yang hidup di Mesir sekitar 350 M.

Kalian telah mengetahui cara menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi. Pada saat kalian mengeliminasi salah satu variabel, langkah pertama yang kalian lakukan adalah mengalikan persamaan dengan konstanta.

a. Perhatikan strategi yang digunakan Lisa untuk menentukan harga tiap-tiap jenis lilin.

Jelaskan strategi yang digunakan Lisa untuk menentukan harga sebuah lilin ungu dan sebuah lilin putih.

b. Kapan kalian harus mengalikan persamaan dengan konstanta untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan eliminasi? Jelaskan.

c. Mengapa dengan mengalikan persamaan dengan konstanta tidak mengubah selesaian dari sistem persamaan? Jelaskan alasan kalian.

d. Selesaian dari suatu sistem persamaan linear dua variabel adalah (2, −4). Salah satu persamaan dalam sistem persamaan adalah $2x + y = 0$. Jelaskan bagaimana cara kalian untuk menentukan persamaan kedua untuk sistem persamaan linear tersebut. Kemudian, tentukan persamaan kedua. Selanjutnya, selesaikan sistem persamaan yang telah kalian temukan dengan metode eliminasi untuk menguji kebenaran jawaban kalian.

e. Kalian menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan x menyatakan banyaknya tiket dewasa yang terjual dan y menyatakan banyaknya tiket anak-anak yang terjual. Dapatkah (−6, 24) menjadi selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel? Jelaskan alasan kalian.

Sajikan hasil penalaran kalian di depan kelas. Periksa dan silakan saling memberi komentar secara santun dari pendapat teman di kelas.

Ayo Kita Berlatih 5.4

1. Manakah di antara sistem persamaan linear berikut yang berbeda? Jelaskan.

   a. $3x + 3y = 3$, $2x - 3y = 7$
   b. $-2x + y = 6$, $2x - 3y = -10$
   c. $2x + 3y = 11$, $3x - 2y = 10$
   d. $x + y = 5$, $3x - y = 3$

2. Gunakan metode seperti pada Kegiatan **Ayo Kita Amati** pada Halaman 221 untuk menyelesaikan sistem persamaan berikut.

   a. $x + y = 3$, $x - y = 1$
   b. $-x + 3y = 0$, $x + 3y = 12$
   c. $3x + 2y = 3$, $3x - 2y = -9$

3. Tentukan selesaian dari sistem persamaan berikut.

   a. $x + 3y = 5$, $-x - y = -3$
   b. $4x + 3y = -5$, $-x + 3y = -10$
   c. $2x + 5y = 16$, $3x - 5y = -1$
   d. $3x - 2y = 4$, $6x - 2y = -2$

4. Kamu berlali mengelilingi taman satu kali dan dua kali mengelilingi lapangan dekat rumahmu dalam waktu 10 menit. Dengan kecepatan yang sama, kamu juga mampu berlari mengelilingi taman tiga kali dan dua kali mengelilingi lapangan dekat rumahmu dalam waktu 22 menit.

   a. Tulis sistem persamaan linear yang menyatakan situasi di atas.
   b. Berapa lama waktu yang kamu butuhkan untuk mengelilingi taman satu kali?

5. Tentukan selesaian dari sistem persamaan berikut.

   a. $2x - y = 0$, $3x - 2y = -3$
   b. $-2x + 3y = 7$, $5x + 8y = -2$
   c. $3x + 3 = 3y$, $2x - 6y = 2$
   d. $5x = 4y + 8$, $3y = 3x - 3$

6. Berapakah nilai a dan b supaya kalian dapat menyelesaikan sistem persamaan berikut dengan eliminasi?

   a. $4x - y = 3$
      $ax + 10y = 6$

   b. $x - 7y = 6$
      $-6x + by = 9$

7. Jelaskan dan perbaiki kesalahan dalam penyelesaian sistem persamaan linear berikut.

   $x + y = 1$ (dikalikan -5) $\quad -5x + 5y = -5$

   $5x + 3y = -3$ $\quad \underline{5x + 3y = -3} \; -$

   $8y = -8$

   $y = -1$

   Selesaian dari sistem persamaan adalah $(2, -1)$.

8. Tabel berikut menunjukkan banyaknya jawaban yang benar pada ujian tengah semester. Skor yang kamu peroleh 86 dan skor temanmu 76.

	Kamu	**Temanmu**
Pilihan Ganda	23	28
Isian Singkat	10	5

   a. Tulis sistem persamaan linear yang menyatakan situasi di atas.
   b. Berapa banyak poin untuk setiap jenis soal?

9. Andre membayar Rp100.000,00 untuk tiga ikat bunga sedap malam dan empat ikat bunga aster. Sedangkan Rima membayar Rp90.000 ,00 untuk dua ikat bunga sedap malam dan lima ikat bunga aster di toko bunga yang sama dengan Andre.

   a. Tulis persamaan yang menyatakan informasi di atas.
   b. Tulis sebuah persamaan yang menunjukkan harga seikat bunga sedap malam dan enam ikat bunga aster.
   c. Temukan harga seikat bunga sedap malam dan seikat bunga aster.

10. Marlina membeli dua gelas susu dan dua donat dengan total harga Rp66.000,00. Sedangkan Zeni membeli empat gelas susu dan tiga donat dengan total harga Rp117.000,00. Tentukan harga segelas susu.

Kegiatan 5.5

Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel Khusus

Hingga **Kegiatan 5.4**, kalian telah mempelajari dan menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel yang memiliki tepat satu selesaian. Kalaupun tidak memiliki selesaian, hal ini dikarenakan semesta untuk variabel x dan variabel y yang terbatas. Namun, apakah semua sistem persamaan linear memiliki tepat satu selesaian? Apakah ada sistem persamaan yang tidak memiliki selesaian? Atau apakah ada sistem persamaan linear yang memiliki lebih dari satu selesaian?

Ayo Kita Amati

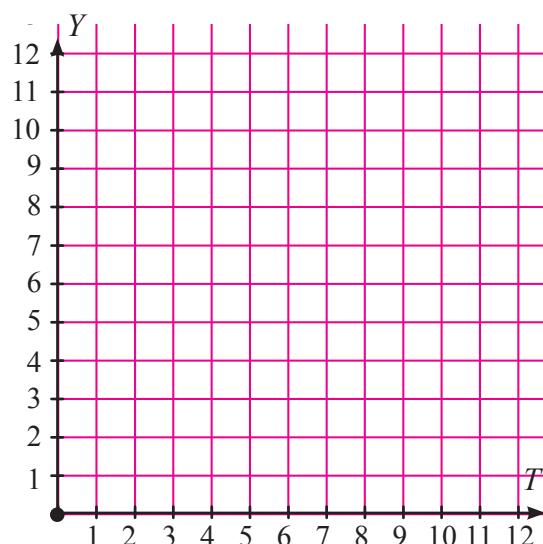
Perhatikan masalah berikut.

Nadia berusia 5 tahun lebih muda dari usia kakaknya.

Kalian dapat menyatakan kedua umur mereka dalam sistem persamaan linear dua variabel seperti berikut.

Sumber: Kemdikbud

Gambar 5.5 Nadia dan Kakaknya

$y = t$ (usia Kakak Nadia)

$y = t - 5$ (usia Nadia)

a. Gambarkan grafik dari kedua persamaan dalam bidang koordinat yang sama.

b. Berapakah jarak vertikal antara kedua grafik? Menunjukkan apakah jarak tersebut?

c. Apakah kedua grafik berpotongan? Jelaskan maksud dari hal ini berkaitan dengan usia Nadia dan Kakaknya.

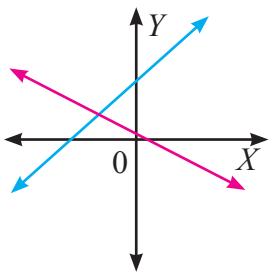
Gambar 5.6 Grafik usia Nadia dan Kakaknya

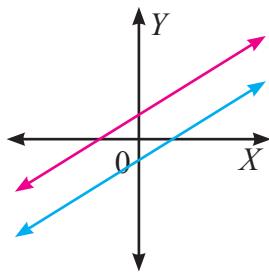
Apa yang dapat kalian ketahui tentang grafik dua persamaan? Apakah ada keterkaitan antara bentuk dua grafik dan banyaknya selesaian? Coba kalian buat pertanyaan lainnya yang terkait dengan apa yang telah kalian amati di atas. Ajukan pertanyaan kalian kepada guru atau teman kalian.

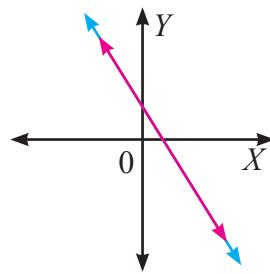
Mari kita cari informasi mengenai sistem persamaan linear dua variabel khusus.

Perhatikan masalah berikut. Terdapat dua bilangan, yakni x dan y. Nilai y adalah 4 lebihnya dari dua kali nilai x. Selisih $3y$ dan $6x$ adalah 12. Dapatkah kalian menentukan dua bilangan tersebut?

Untuk mengetahuinya, kita buat dua persamaan.

$$y = 2x + 4$$

$$3y - 6x = 12$$

Gambar grafik kedua persamaan di atas pada bidang koordinat yang sama.

Apakah kedua garis saling berpotongan? Jelaskan.

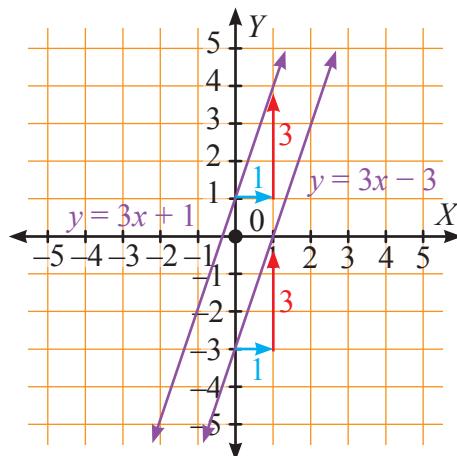
Berapakah selesaian dari masalah di atas?

Sistem persamaan linear dua variabel dapat memiliki satu selesaian, tidak memiliki selesaian, bahkan memiliki tak hingga selesaian. Perhatikan gambar berikut.

Memiliki satu selesaian
Kedua garis berpotongan

Tidak memiliki selesaian
Kedua garis sejajar

Memiliki selesaian tak hingga
Kedua garis berimpit

Selesaikan sistem persamaan berikut.

$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = 3x - 3 \end{cases}$$

Untuk menyelesaikan sistem persamaan di atas, kalian bisa menggunakan dua metode.

Metode 1. Menggambar grafik kedua persamaan.

Gambar grafik setiap persamaan memiliki kemiringan (gradien) yang sama dan berbeda titik potong terhadap sumbu-Y. Sehingga kedua garis sejajar. Karena kedua garis sejajar, maka tidak memiliki titik potong sebagai selesaian untuk sistem persamaan linear.

Metode 2. Metode substitusi

Substitusi $3x - 3$ ke persamaan pertama.

$$y = 3x + 1$$

$$3x - 3 = 3x + 1$$

$$-3 = 1 \quad \text{(salah)}$$

Jadi, sistem persamaan linear tidak memiliki selesaian

Keliling suatu persegi panjang adalah 36 dm. Keliling segitiga adalah 108 dm. Tulis dan tentukan selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel untuk menentukan nilai x dan y.

Keliling persegi panjang

$2(2x) + 2(4y) = 36$

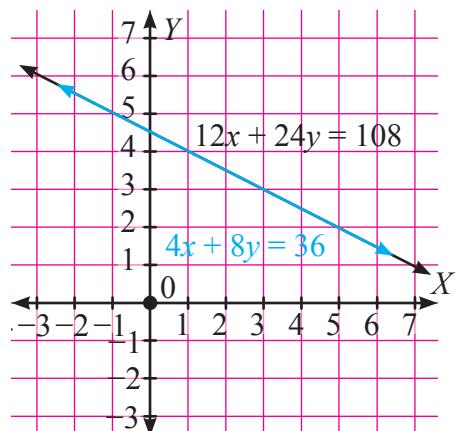
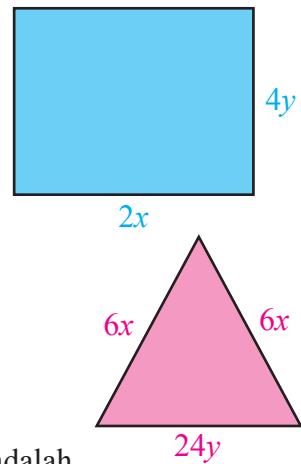
$4x + 8y = 36$

Keliling segitiga

$6x + 6x + 24y = 108$

$12x + 24y = 108$

Sistem persamaan linear dua variabel yang dibentuk adalah

$$4x + 8y = 36$$

$$12x + 24y = 108$$

Untuk menyelesaikan sistem persamaan di atas, kalian bisa menggunakan dua metode.

Metode 1. Menggambar grafik kedua persamaan.

Gambar grafik setiap persamaan memiliki kemiringan (gradien) dan titik potong terhadap sumbu-Y yang sama. Sehingga kedua garis adalah sama atau berhimpit.

Dalam konteks ini, x dan y harus positif. Karena kedua garis saling berimpit, maka semua titik yang melalui garis pada kuadran pertama adalah selesaian dari sistem persamaan. Sehingga, sistem persamaan linear ini memiliki selesaian yang tak terhingga.

Metode 2. Metode eliminasi.

Kalikan persamaan pertama dengan 3, lalu kurangkan kedua persamaan.

$4x + 8y = 36$	(kalikan 3)	$12x + 24y = 108$
$12x + 24y = 108$		$\underline{12x + 24y = 108}$ −
		$0 = 0$

Persamaan 0 = 0 selalu benar. Dalam konteks ini, x dan y pasti positif. Sehingga selesaiannya adalah semua titik pada garis $4x + 8y = 36$ di kuadran pertama. Sehingga, sistem persamaan linear ini memiliki selesaian yang tak terhingga.

Apa yang terjadi pada selesaian Contoh 5.11 jika keliling persegi panjang 54 dm? Jelaskan.

a. Ketika kalian menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel menggunakan metode substitusi dan eliminasi, bagaimana kalian tahu bahwa sistem persamaan *tidak memiliki selesaian* atau memiliki *selesaian yang tak hingga*?

b. Salah satu persamaan dalam sistem persamaan linear memiliki kemiringan (gradien) −3. Persamaan yang lain memiliki kemiringan 4. Berapa banyak selesaian yang dimiliki sistem persamaan linear? Jelaskan.

c. Bagaimana cara kalian menggunakan kemiringan (gradien) dan titik potong terhadap sumbu-Y dari suatu persamaan dalam sistem persamaan linear dua variabel untuk menentukan apakah sistem persamaan yang diberikan memiliki tepat satu selesaian, memiliki selesaian yang tak hingga, atau tidak memiliki selesaian? Jelaskan alasan kalian.

d. Perhatikan sistem persamaan linear dua variabel berikut.

   $y = ax + 1$

   $y = bx + 4$

   Apakah sistem persamaan di atas *tidak mungkin, selalu*, atau *kadang-kadang* tidak memiliki selesaian untuk $a = b$? $a \geq b$? $a < b$? Jelaskan alasan kalian.

Diskusikan jawaban dari pertanyaan **Ayo Kita Menalar** dengan teman kalian dan sampaikan di depan kelas.

1. Misalkan x dan y adalah dua bilangan berbeda, tentukan selesaian dari teka teki berikut.

   "$\frac{1}{2}$ dari x ditambah 3 sama dengan y."

   "x sama dengan 6 lebihnya dari dua kali nilai y."

2. Tanpa menggambar grafik, tentukan apakah sistem persamaan berikut memiliki tepat satu selesaian, tak hingga selesaian, atau tidak memiliki selesaian? Jelaskan alasan kalian.

   a. $y = 5x - 9$
      $y = 5x + 9$

   b. $y = 6x + 2$
      $y = 3x + 1$

   c. $y = 8x - 2$
      $y - 8x = -2$

3. Tentukan selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel berikut.

   a. $y = 2x - 2$
      $y = 2x + 9$

   b. $-2x + y = 1{,}3$
      $2(0{,}5x - y) = 4{,}6$

   c. $2x + 6y = 6$
      $\frac{1}{3}x + y = 1$

4. Nadia membuat sebuah cerita yang dinyatakan oleh sistem persamaan berikut.

   $5p + 3k = 12$

   $10p + 6k = 16$

   Bisakah Nadia menemukan nilai p dan k? Jelaskan alasanmu.

5. Dalam lomba balap kelinci, kelinci milikmu berada 3 meter di depan kelinci milik temanmu. Kelincimu berlari dengan kecepatan rata-rata 2 meter per detik. Kelinci temanmu juga berlari 2 meter per detik. Sistem persamaan linear yang menyatakan situasi tersebut adalah $y = 2x + 3$ dan $y = 2x$. Apakah kelinci temanmu akan menyusul kelinci milikmu? Jelaskan.

6. Tentukan nilai a dan b sehingga sistem persamaan linear di bawah ini memiliki selesaian (2, 3). Apakah sistem persamaan tersebut memiliki selesaian yang lain? Jelaskan.

   $12x - 2by = 12$

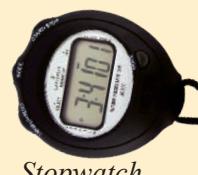
   $3ax - by = 6$

Ayo Kita Mengerjakan Projek 5

Air yang Terbuang Sia-Sia

Di berbagai situasi, pola dan persamaan menjadi terlihat ketika data telah dikumpulkan, diolah, dan disajikan. Kalian akan melakukan percobaan secara berkelompok. Setiap kelompok terdiri atas 4 orang.

Dalam percobaan ini, kalian akan menyimulasikan sebuah keran yang bocor dan mengumpulkan data volume air yang terbuang setiap 5 detik. Kalian akan menggunakan data tersebut untuk memprediksi seberapa banyak air yang terbuang ketika keran mengalami kebocoran selama satu bulan. Bacalah petunjuk secara saksama sebelum memulai percobaan. Sajikan hasil temuanmu di kelas.

Alat dan Bahan:

1 buah gelas plastik

Gelas ukur (berbentuk silinder)

Air

Paku

Jam tangan atau *stopwatch*

Stopwatch

Gelas Plastik

Gelas Ukur

Paku

Petunjuk:

Bagi tugas untuk tiap-tiap anggota kelompokmu.

1. Buatlah tabel untuk mencatat waktu dan jumlah air yang terbuang. Isilah kolom waktu dari 0 detik sampai 60 detik dengan interval 5 detik (maksudnya, 5, 10, 15, dan seterusnya).

Waktu (detik)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Jumlah Air yang terbuang (ml)												

2. Gunakan paku untuk melubangi bagian dasar gelas plastik. Tutupi lubang dengan jarimu.
3. Isilah gelas plastik dengan air.
4. Siapkan gelas ukur dan letakkan di bawah gelas plastik yang kalian pegang.
5. Setelah siap untuk mulai mengukur waktu, lepaskan jari kalian dari lubang gelas plastik sehingga air menetes ke dalam gelas ukur (simulasi keran bocor).
6. Catat jumlah air dalam gelas ukur setiap 5 detik selama satu menit.

Gunakan percobaan ini untuk menulis sebuah poster, mencoba meyakinkan orang untuk menghemat air.

Poster yang kalian buat harus mencakup informasi berikut.

- Grafik data yang kalian catat.
- Persamaan linear yang tebentuk beserta penjelasan variabel yang kalian maksud.
- Data yang menunjukkan prediksi kalian untuk:

  Jumlah air yang terbuang sia-sia selama 15 detik, 2 menit, 2,5 menit, dan 3 menit seandainya air keran yang bocor memiliki laju yang sama seperti gelas plastik kalian.

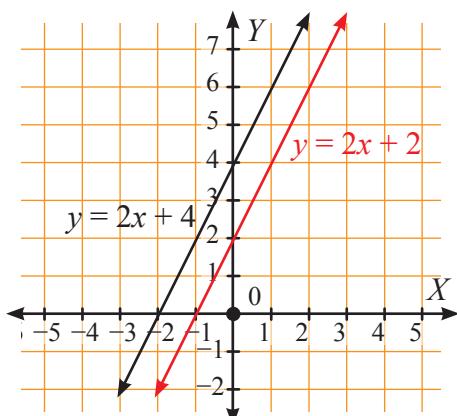
  Jelaskan cara kalian membuat prediksi. Apakah kalian menggunakan tabel, grafik, atau metode lain?
- Penjelasan tentang berapa banyak air yang terbuang sia-sia dalam satu bulan jika keran air yang bocor memiliki laju seperti lubang gelas plastik. Jelaskan bagaimana kalian membuat prediksi?
- Biaya air yang terbuang sia-sia dalam satu bulan (untuk menyelesaikan ini, kalian harus mengetahui berapa biaya air di daerah kalian masing-masing. Kemudian gunakan informasi tersebut untuk menghitung biaya air yang terbuang sia-sia)

Kalian telah mempelajari ciri-ciri persamaan linear dua variabel, menentukan nilai variabel, menentukan pasangan berurut sebagai selesaian dari persamaan linear dua variabel dan sistem persamaan linear dua variabel, serta membuat model dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan linear dua variabel. Pertanyaan berikut akan membantu kalian untuk merangkum apa yang telah kalian pelajari.

1. Apa yang kalian ketahui tentang *persamaan linear dua variabel*?
2. Prosedur apa saja yang kalian lakukan ketika membuat persamaan linear dua variabel?
3. Apa yang kalian butuhkan ketika membuat tabel untuk menentukan selesaian persamaan linear dua variabel?
4. Bagaimana grafik dapat membantu kalian untuk menentukan selesaian persamaan linear dua variabel?
5. Apa yang kalian ketahui tentang *sistem persamaan linear dua variabel*?
6. Prosedur apa saja yang kalian lakukan ketika menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel?
7. Bagaimana cara kalian memilih salah satu metode untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel?
8. Bagaimana cara kalian untuk mengetahui bahwa sistem persamaan linear dua variabel memiliki tepat satu selesaian, tak hingga selesaian, atau tidak punya selesaian?
9. Dalam hal apakah sistem persamaan linear dua variabel bermanfaat?
10. Topik atau materi apa saja yang berkaitan erat dengan materi persamaan linear dua variabel?

- Persamaan linear dua variabel dapat dinyatakan dalam bentuk $ax + by = c$, dengan $a, b, c \in R$, $a, b \neq 0$, dan x, y suatu variabel.
- Grafik selesaian suatu persamaan linear dua variabel berupa titik atau garis lurus.
- Terdapat tiga metode untuk menentukan selesaian sistem persamaan linear dua variabel, yaitu metode grafik, substitusi, dan eliminasi.
- Selesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode grafik adalah titik potong dua grafik.
- Metode substitusi dilakukan dengan menyatakan salah satu variabel dalam variabel lain kemudian menggantikannya (menyubstitusikan) pada persamaan yang lain.
- Metode eliminasi dilakukan dengan menghilangkan (mengeliminasi) salah satu variabel secara bergantian.

Uji Kompetensi 5

A. Pilihan Ganda.

1. Jika p dan q merupakan anggota bilangan cacah, maka himpunan penyelesaian dari $2p + q = 4$ adalah ....

   A. {(0, 4), (1, 2), (2, 0)}

   B. {(0, 4), (1, 2), (2, 0), (3, –2)}

   C. {(0, 4), (2, 0)}

   D. {(0, 4)}

2. Selesaian dari sistem persamaan $3x + 2y - 4 = 0$ dan $x - 3y - 5 = 0$ adalah ….

   A. (2, 1)   C. (−2, 1)

   B. (2, −1)   D. (−2, −1)

3. Selesaian sistem persamaan $2x + 3y = 12$ dan $3x + 2y = 8$ adalah $x = a$ dan $y = b$.

   Nilai $a + b$ adalah ….

   A. 1   C. 3

   B. 2   D. 4

4. Titik potong antara garis $y = 4x - 11$ dengan garis $3y = -2x - 5$ adalah ….

   A. (−2, −3)

   B. (−2, 3)

   C. (2, −3)

   D. (2, 3)

5. Selesaian dari sistem persamaan $3x + y = -1$ dan $x + 3y = 5$ adalah ....

   A. (1, −2)   C. (2, −1)

   B. (−1, 2)   D. (−2, 1)

6. Pasangan berurutan (x, y) yang merupakan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel

   $5x + 2y = 15$

   $3x + 4y = 23$

   adalah ....

   A. (1, 5) C. (–1, –5)

   B. (5, 1) D. (–5, –1)

7. Selesaian dari $\frac{1}{y} + \frac{2}{x} = 4$ dan $\frac{3}{y} - \frac{1}{x} = 5$ adalah ….

   A. $x = \frac{1}{2}, y = -1$ C. $x = \frac{1}{2}, y = 1$

   B. $x = -\frac{1}{2}, y = -1$ D. $x = 1, y = \frac{1}{2}$

8. Harga 3 celana dan 2 baju adalah Rp280.000,00. Sedangkan harga 1 celana dan 3 baju di tempat dan model yang sama adalah Rp210.000,00. Harga sebuah celana adalah … .

   A. Rp65.000,00 C. Rp50.000,00

   B. Rp60.000,00 D. Rp45.000,00

9. Selisih umur seorang ayah dengan anaknya 40 tahun. Jika umur ayah tiga kali lipat dari umur anaknya, maka umur anak tersebut adalah ….

   A. 10 tahun C. 20 tahun

   B. 15 tahun D. 25 tahun

10. Jumlah dua buah bilangan cacah adalah 65 dan selisihnya adalah 15. Bilangan terkecil dari dua bilangan tersebut adalah ….

    A. 25 C. 35

    B. 30 D. 40

11. Harga 5 buah kue A dan 2 buah kue B Rp4.000,00. Sedangkan harga 2 buah kue A dan harga 3 buah kue B Rp2.700,00. Jadi, harga sebuah kue A dan dua buah kue B adalah ….

    A. Rp1.200,00 C. Rp1.800,00

    B. Rp1.600,00 D. Rp2.400,00

12. Jika penyelesaian sistem persamaan $2x - 3y = 7$ dan $3x + 2y = 4$ adalah $x = a$ dan $y = b$, maka nilai $a - b =$ ....

A. –3 C. 1

B. –1 D. 3

13. Panjang suatu persegi panjang adalah 1 cm lebih dari lebarnya. Jika keliling persegi panjang adalah 30 cm, maka luas persegi panjang tersebut adalah ....

A. 48 cm^2 C. 56 cm^2

B. 64 cm^2 D. 72 cm^2

14. Jika $3x - y = 15$ dan $x + 3y = 3$, maka hasil dari $x - 2y =$ ….

A. 12 C. –6

B. 6 D. –12

15. Selesaian dari sistem persamaan $\frac{2}{x} - \frac{2}{y} = -3$ dan $\frac{2}{x} + \frac{6}{y} = 1$ adalah ...

A. $(-1, 2)$ C. $(1, 2)$

B. $(2, -1)$ D. $(2, 1)$

16. Manakah di antara pilihan berikut ini yang merupakan selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel $\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x - 1 \\ 4x + 6y = -6 \end{cases}$?.

A. $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ C. Tidak punya selesaian

B. $(0, -1)$ D. Tak hingga selesaian

17. Manakah titik berikut yang merupakan selesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} x + 3y = 10 \\ x = 2y - 5 \end{cases}$?

A. $(1, 3)$ C. $(55, -15)$

B. $(3, 1)$ D. $(-35, -15)$

18. Grafik di samping menunjukkan sistem persamaan linear dua variabel. Berapa banyak selesaian yang dimiliki oleh sistem persamaan tersebut?

    A. Tidak punya
    B. Tepat satu
    C. Tepat dua
    D. Tak hingga

19. Pengelola perahu wisata menarik biaya yang berbeda untuk orang dewasa dan anak-anak. Satu keluarga yang terdiri atas dua dewasa dan dua anak-anak membayar Rp62.000,00 untuk naik perahu. Keluarga lainnya yang terdiri atas satu orang dewasa dan empat orang anak-anak membayar Rp75.000,00. Manakah di antara sistem persamaan berikut yang dapat kalian gunakan untuk menentukan biaya x untuk penumpang dewasa dan biaya y untuk anak-anak?

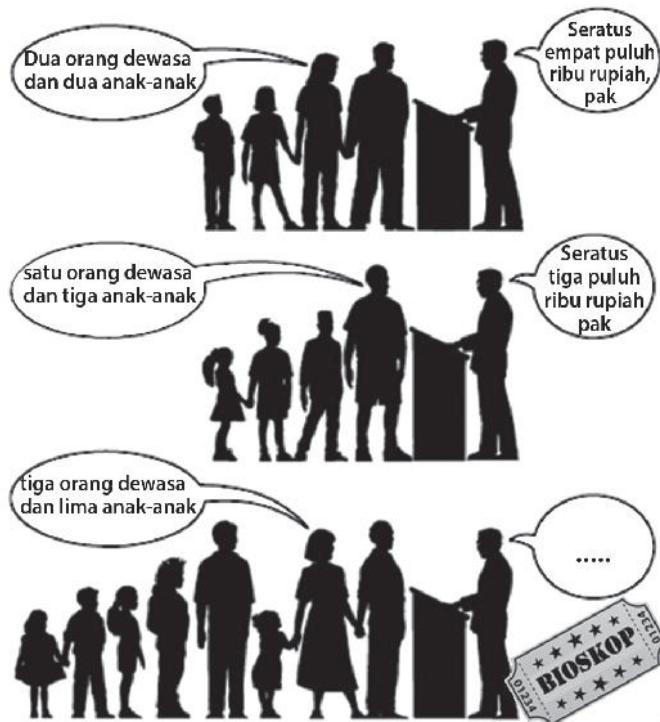
    A. $2x + 2y = 70$
       $x + 4y = 62$
    B. $x + y = 62$
       $x + y = 70$
    C. $2x + 2y = 62$
       $4x + y = 70$
    D. $2x + 2y = 62$
       $x + 4y = 70$

20. Usia Riyani $\frac{2}{3}$ dari usia Susanti. Enam tahun yang akan datang, jumlah usia mereka 42 tahun. Selisih usia Riyani dan Susanti adalah ....

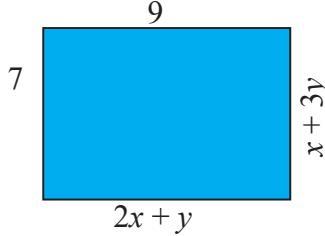
    A. 2 tahun
    B. 3 tahun
    C. 4 tahun
    D. 6 tahun

B. Esai.

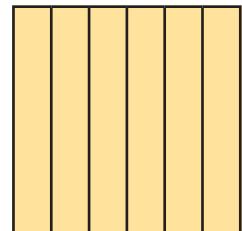
1. Lengkapi pasangan berurutan untuk tiap-tiap persamaan berikut.

    A. $y = -x + 6$; (9, ...)
    B. y = 6x − 7; (2, ...)
    C. $2x - 15y = 13, \left(..., -\frac{3}{4}\right)$
    D. $-x + 12y = 7, \left(..., \frac{3}{4}\right)$

2. Diberikan sistem persamaan linear dua variabel $\begin{cases} 3x - y = 10 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

   Tentukan selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel di atas.

3. **Bioskop dan Tiket Masuk**

   Malam ini sebuah film animasi terbaru sedang diputar di sebuah bioskop. Beberapa orang dewasa dan anak-anak sedang mengantri membeli tiket.

   a. Berapa rupiah biaya tiket yang akan ditagih oleh petugas penjualan tiket pada gambar ketiga?

   b. Berapa rupiah yang akan kalian bayar jika kalian pergi menonton film di bioskop?

4. Keliling sebuah persegi panjang 76 dm. Jika selisih antara panjang dan lebar persegi panjang tersebut 10 dm, tentukanlah:

   a. model matematika dari cerita tersebut,

   b. panjang dan lebar persegi panjang tersebut,

   c. luas persegi panjang tersebut.

5. Harga 5 buku dan 3 penggaris adalah Rp21.000,00. Jika Maher membeli 4 buku dan 2 penggaris, maka ia harus membayar Rp16.000,00. Berapakah harga yang harus dibayar oleh Suci jika ia membeli 10 buku dan 3 penggaris yang sama?
6. Jumlah uang Diana dan uang Demi Rp220.000,00. Jika uang Diana ditambah dengan tiga kali lipat uang Demi sama dengan Rp420.000,00, tentukanlah:
   a. model matematika dari soal cerita tersebut,
   b. besarnya uang masing-masing,
   c. selisih uang Diana dan uang Demi.
7. Jumlah umur Gino dan umur Handoko adalah 60 tahun dan selisih umur mereka adalah 4 tahun (Gino lebih tua). Tentukanlah:
   a. model matematika dari soal cerita tersebut,
   b. umur Gino dan umur Handoko,
   c. perbandingan umur Gino dan umur Handoko.
8. Selesaikan sistem persamaan linear dua variabel berikut ini.

   a. $y = -x + 3$
      $y = -x + 5$

   b. $x = 2y + 10$
      $2x + 3y = -1$

   c. $x + y = 3$
      $x - y = -3$

   d. $2x - 4y = 10$
      $-12x + 24y = -60$

9. Perhatikan gambar berikut.

   Tentukan nilai x dan y

10. Gambar di samping menunjukkan suatu persegi yang dibagi menjadi 6 bagian yang sama. Setiap bagian berupa persegi panjang mempunyai keliling 70 cm. Tentukan luas persegi yang dimaksud.

(OSN Tingkat Kabupaten/Kota 2009)

A. Pilihan Ganda

1. Tentukan tiga suku berikutnya dari pola berikut.

   2, 3, 5, 8, ..., ..., ..., ...

   A. 13, 21, 34

   B. 12, 17, 24

   C. 9, 11, 15

   D. 11, 14, 17

2. Tentukan dua suku yang tidak diketahui dari pola berikut.

   2, –1, 3, 4, 1, 5, 6, 3, 7, ..., ...

   A. 11, 8

   B. 10, 7

   C. 9, 6

   D. 8, 5

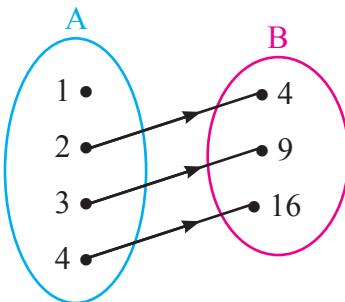
3. Tentukan huruf yang hilang dari pola berikut.

   A, B, D, ..., G, J, J, N, M

   A. E

   B. F

   C. G

   D. H

4. Perhatikan pola bilangan berikut.

   (2, 6) , (3, 10), (5, 18)

   Pernyataan yang tepat untuk mendapatkan bilangan kedua dari bilangan pertama pada pola tersebut adalah ...

A. ditambah 4

B. dikalikan 3

C. dikalikan 2 kemudian ditambah 3

D. dikalikan 4 kemudian dikurangi 2

5. Tentukan angka satuan pada bilangan $2.017^{2.016}$....

   A. 1

   B. 3

   C. 7

   D. 9

6. Diketahui titik *P*(–4, 5), maka titik *P* berada pada kuadran ....

   A. I B. II C. III D. IV

7. Diketahui titik *R*(4, *A*), dan titik *R* berjarak 4 satuan dari sumbu-*Y* dan berjarak 3 satuan dari sumbu-*X*, serta berada di bawah sumbu-*X*, maka nilai *A* adalah ....

   A. 3 B. –3 C. 4 D. –4

8. Diketahui garis *l* tegak lurus terhadap sumbu-*X*, titik *A* berjarak 4 satuan dari garis *l* dan berjarak 3 satuan dari sumbu-*X*, serta berada di kuadran I, maka koordinat titik *A* adalah ....

   A. (3, 6) B. (3, 5) C. (6, 3) D. (5, 3)

9. Diketahui titik *P*(2, 1), titik *Q*(2, –4), titik *R*(7, –4) dan titik *S*. Jika keempat titik tersebut dihubungkan akan membentuk persegi, maka koordinat titik *S* adalah ....

   A. (1, 7) B. (2, 7) C. (7, 1) D. (7, 2)

10. Diketahui garis *m* sejajar dengan sumbu-*X*, berjarak 3 satuan dari sumbu-*X*, dan berada diatasnya, sedangkan garis *n* sejajar dengan sumbu-*Y*, berjarak 5 satuan dari sumbu-*Y*, dan berada di sebelah kirinya, maka titik potong garis *m* dan *n* adalah ....

    A. (3, 5) B. (3, –5) C. (5, 3) D. (–5, 3)

11. Relasi dari himpunan *A* ke himpunan *B*, pada diagram dibawah adalah ....

A. akar dari
B. kurang dari
C. kelipatan dari
D. kuadrat dari

12. Berikut ini ditunjukkan empat baris pertama dari barisan geometri.

$4, 2, 1, \frac{1}{2}, ...$

Fungsi yang dapat digunakan untuk menentukan suku ke-n dari barisan tersebut adalah ....

A. $f(n) = 4 - 2^n$

B. $f(n) = 4 - 2^{n-1}$

C. $f(n) = 4(\frac{1}{2})^n$

D. $f(n) = 4(\frac{1}{2})^{n-1}$

13. Fungsi f pada R ditentukan dengan rumus $f(x) = px + q$ dengan p dan q bilangan bulat. Jika diketahui $f(1) = 4$ dan $f(-2) = 1$. Nilai p dan q adalah ....

A. –1 dan 2
B. 1 dan 3
C. –2 dan 3
D. 2 dan 4

14. Didefinisikan fungsi $f(n) = 2n - 1 + 2n - 2n + 1$ untuk setiap bilangan asli n.
Nilai $f(1) + f(2) + ... + f(5)$ adalah .... (*OSK SMP 2015*)

A. –31
B. –15
C. 15
D. 31

15. Andri bersepeda dari Pelabuhan Ketapang Banyuwangi dan sampai di Kota Rogojampi dengan waktu tempuh 2 jam. Di Kota Rogojampi, Andri berhenti dan melihat rambu seperti berikut ini.

Setelah selesai beristirahat Andri melanjutkan bersepeda menuju Kota Kalibaru dengan kecepatan rata-rata yang sama seperti sebelumnya.

Berapakah waktu yang dibutuhkan Andri untuk sampai di Kota Kalibaru?

A. 1 jam
B. 2 jam
C. 3 jam
D. 4 jam

16. Persamaan garis yang melalui titik (5, –2) dan memiliki gradien –4 adalah ....

A. $y + 4x = 22$
B. $y - 4x = 22$
C. $y - 4x = 18$
D. $y + 4x = 18$

17. Gradien garis yang melalui titik (2, –5) dan titik (–3, 6) adalah ....

A. $-\frac{11}{2}$
B. $\frac{11}{2}$
C. $-\frac{11}{5}$
D. $\frac{11}{5}$

18. Persamaan suatu garis yang melalui titik (–6, –4) dan titik (8, –5) adalah ....
    A. $12y + x = 30$
    B. $-12y + x = 30$
    C. $12y + x = -30$
    D. $12y - x = 30$

19. Persamaan garis yang melalui titik (5, –6) dan tegak lurus dengan garis $3y - 5x + 12 = 0$ adalah ....
    A. $5y + 3x = 15$
    B. $5y + 3x = -15$
    C. $5y - 3x = 15$
    D. $5y - 3x = -15$

20. Persamaan garis yang melalui titik(–6, 3) dan sejajar dengan garis yang melalui titik (3, –7) dan titik (8, –6) adalah ....
    A. $5y - x = 21$
    B. $5y - x = -21$
    C. $5y + x = 21$
    D. $5y - x = -21$

21. Apabila harga susu kedelai dinyatakan s, dan harga minuman jus kemasan adalah j, sistem persamaan linear dua variabel yang sesuai dengan informasi di bawah adalah ....

Total harga Rp32.800,00

Total harga Rp25.200,00

A. $4s + 2j = 32.800$ dan $2s + 3j = 25.200$

B. $2s + j = 32.800$ dan $2s + 3j = 25.200$

C. $4s + 2j = 32.800$ dan $2s + 2j = 25.200$

D. $2s + j = 16.400$ dan $2s + 3j = 25.200$

22. Wahyu dan Puteri membeli buku tulis dan bolpoin dengan merek dan di toko yang sama. Wahyu membeli 4 buku tulis dan 2 bolpoin harus membayar Rp34.000,00. Sedangkan Puteri membeli 3 buku tulis dan 1 bolpoin seharga Rp23.000,00. Apabila Dwi membeli 5 buku tulis dan 7 bolpoin yang sama, ia harus membayar sebesar ....

    A. Rp60.000,00

    B. Rp65.000,00

    C. Rp75.000,00

    D. Rp80.000,00

23. Harga satu baju dan tiga kaos Rp185.000,00 dan harga tiga baju dan tiga kaos untuk jenis yang sama Rp275.000,00. Harga dua baju dan satu kaos adalah ....

    A. Rp107.000,00

    B. Rp115.000,00

    C. Rp170.000,00

    D. Rp195.000,00

24. Jumlah dari dua bilangan asli adalah 27 dan selisihnya adalah 3. Hasil kali dua bilangan tersebut adalah ....

    A. 81   C. 180

    B. 176   D. 182

25. Keliling suatu persegi panjang adalah 54. Panjang persegi panjang tiga lebihnya dari lebarnya. Luas persegi panjang tersebut adalah ....

    A. 108 cm^2 C. 180 cm^2

    B. 172 cm^2 D. 225 cm^2

B. Esai.

1. Tentukan banyak lingkaran pada pola ke 100 pada konfigurasi objek berikut.

2. Diketahui garis l tegak lurus terhadap sumbu-X dan melalui titik (2, –3). Titik A memiliki jarak 3 satuan terhadap garis l dan berada di kuadran I.

   a. Gambarlah garis yang melaui titik A dan tegak lurus terhadap garis l.

   b. Gambarlah garis yang melaui titik A dan sejajar terhadap garis l.

Infus

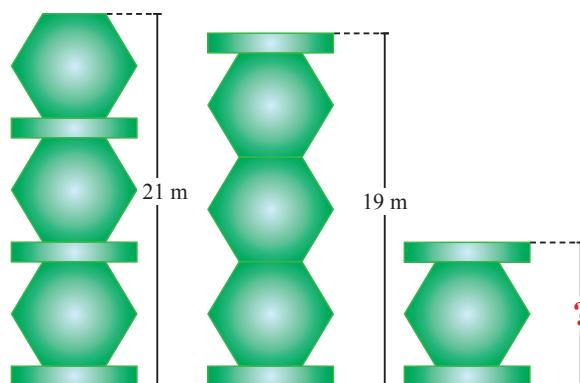
3. Pemberian cairan melalui infus merupakan tindakan memasukkan cairan melalui pembuluh darah yang dilakukan pada pasien dengan bantuan perangkat infus. Tindakan ini dilakukan untuk memenuhi kebutuhan cairan dan elektrolit serta sebagai tindakan pengobatan dan pemberian makanan.

   Dengan mengetahui cara menghitung tetesan infus dapat membantu perawat dalam menentukan jumlah tetesan cairan infus dalam tiap menit dan mengetahui jumlah zat gizi yang dikandungnya.

   Perawat harus menghitung kecepatan tetesan cairan infus (D) yaitu banyak tetesan per menit.

   Perawat menggunakan rumus $D = \dfrac{dv}{60n}$,

   d menunjukkan banyak tetesan per mililiter

   v menunjukkan volume cairan infus dalam mililiter

   n menunjukkan waktu yang dibutuhkan untuk menginfus dalam jam

   a. Seorang perawat ingin melipatgandakan lama waktu menginfus. Bagaimana perubahan D jika n dilipatgandakan namun d dan v tetap? Jelaskan.

b. Perawat juga harus menghitung volume infus yang dibutuhkan, v, berdasarkan kecepatan tetesan infus, D.
Sebuah infus dengan kecepatan tetesan 50 tetes per menit telah dialirkan ke pasien selama 3 jam. Infus ini memiliki 25 tetesan per mililiter. Berapakah volume cairan infus, dalam mililiter?

4. Tentukan beberapa persamaan garis yang melalui titik (-4, 3) dan memenuhi syarat
   a. Memiliki gradien –2
   b. Melalui titik(5, –3) dan (–6, –5)
   c. Tegak lurus terhadap garis $y + 2x - 6 = 0$

Menara

5. Gambar berikut adalah gambar 3 menara dengan tinggi yang berbeda dan tersusun dari segi enam dan persegi panjang.

Berapakah tinggi menara yang paling pendek?

DAFTAR PUSTAKA

Aufmann, R. N. , Lockwood, J. S., Nation, R. D., & Clegg, D. K. 2008. *Mathematical Thinking and Quantitative Reasoning*. Houghton Mifflin Company: Boston.

Barnett, R. A. 1980. *Elementary Algebra Structure and Use*. America: McGraw-Hill, Inc.

Bain, L.J. & Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics.* Edisi Kedua. Belmont, California: Duxbury Press.

Barnett, Raymond A. 1980. *Elementary Algebra Structure and Use*. America: McGraw-Hill, Inc.

Bluman, A.G. 2005. *Probability Demystified (A Self-Teaching Guide)*. USA: Mc Graw Hill Companies, Inc.

Croft, C. 2002. *Students' Integrated Maths Module for Linear Functions 1*.OTRNet Publication. Wooroloo, Australia.

Freund, John E., & Ronald E. Walpole. 1987. *Mathematical Statistics (Fourth Edition)*. USA: Prentice Hall.

Kindt, M., Dekker, T., and Burrill, G. 2006. *Algebra rules (Mathematics in Context)*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.

Klerk, J. 2007. *Illustrated Maths Dictionary*. 4th Ed. Melbourne: Pearson Education Australia.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Moving Straight Ahead: Linear Relationship*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *What Do You Expect? Probability and Expected Value.* Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Variables and Patterns: Introducing Algebra.* Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Looking for Pythagoras: The Pythagorean Theorem.* Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Samples and Populations: Data and Statistics.* Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Data About Us: Statistics.* Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *How Likely Is It?: Probability.* Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

Manitoba Education. 2009. *Kindergarten to Grade 8 mathematics glossary : support document for teachers*. Manitoba, Kanada: Manitoba Education, Citizenship and Youth Cataloguing in Publication Data.

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/bangun-ruang-sisi-datar-pak-tohir.jpg, diunduh tanggal 17 Agustus 2013

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/krat-dan-telur.jpg, diunduh tanggal 17 Agustus 2013

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/img_20150926_165219.jpg, diunduh tanggal 17 Agustus 2013

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/gubuk-pak-tohir.jpg, diunduh tanggal 17 Seotember 2015

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/bangun-prisma.jpg, diunduh tanggal 17 Seotember 2015

Mathematics Sport. 2015. http://1.bp.blogspot.com/-zUnBMRHX5Ak/ViMZl2itqEI/AAAAAAAABoY/8mOx-yEyFyU/s1600/rubik-cube.jpg, diunduh tanggal 7 September 2015

MTs Raudlatul Hasanah. 2013. http://mtsraudlatul-hasanah.blogspot.co.id/2015/10/kbm-mts-raudlatul-hasanah-dempo-timur.html, diunduh 10 Oktober 2015.

Murdock, J., Kamischke, E., & Kamischke, E. 2007.*Discovering Algebra: An Investigative Approach*. 2nd Ed. California: Key Curriculum Press.

Musser, G. L., Burger, W. F., dan Peterson, B. E. *Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach*. New Jersey: John Wiley & Son, Inc.

Rahaju, E.B. dkk, 2008. *Contextual Teaching and Learning Matematika*. Pusat Perbukuan Depdiknas.

Serra, M. 2007. *Discovering Geometry: An Investigative Approach*. 2nd Ed. California: Key Curriculum Press.

Serra, Michael. 2008. Discovering Geometry An Investigative Approach. America: Key Curriculum Press.

Sukino & Wilson, S. 2006. *Matematika untuk SMP Kela VIII*. Erlangga: Jakarta.

Sukino. 2009. *Maestro Olimpiade Matematika SMP Seri B*. Erlangga: Jakarta.

TIM. 2008. *California Math Triumphs Volume 3A*. USA: Glencoe/McGraw Hill Companies, Inc.

TIM. 2004. *Glencoe Mathematics Geometry (Florida Edition)*. USA: Glencoe/ McGraw Hill Companies, Inc.

TIM. 2008. *California Math Triumphs For Algebra 1*. USA: Glencoe/McGraw Hill Companies, Inc.

Tohir, Mohammad. 2014. *Penerapan Konsep Aljabar dalam Pemecahan Masalah*: https://matematohir.wordpress.com/2014/01/22/penerapan-konsep-aljabar-dalam-pemecahan-masalah/, diunduh tanggal 27 Agustus 2015

Tohir, Mohammad.2013-2015, *Kumpulan Soal Pengayaan UAS dan UN Matematika SMP*: https://matematohir.wordpress.com/category/soal-pengayaan-uas/, diunduh tanggal 17 September 2015.

Tohir, Mohammad.2013-2015, *Solusi Soal UN Matematika SMP*: http://olimattohir.blogspot.co.id/search/label/Solusi%20Soal%20UN, diunduh tanggal 17 September 2015.

Tohir, Mohammad. 2013. *Kumpulan Soal dan Pembahasan Olimpiade Matematika SMP*: http://olimattohir.blogspot.co.id/2013/06/olimpiade-matematika.html, diunduh tanggal 10 Oktober 2015.

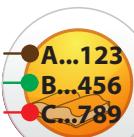
Tohir, Mohammad. 2015. *Menentukan Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang Sisi Datar Gabungan*: http://olimattohir.blogspot.co.id/2015/11/menentukan-luas-permukaan-dan-volume.html, diunduh tanggal 19 November 2015.

Turmudi. 2012. *Tarif Taxi Dan Biaya Fotocopy Untuk Pengenalan Konsep Fungsi Linear Di Smpn 12 Bandung: Lesson Study.* KNM XVI. UNPAD..

Van de Walle, J. A., Karp, K.S., & Bay-Williams, J.M. 2010. *Elementary and Middle School Matheatics: Teaching Developmentally*. Boton, MA: Pearson.

Whitney, F. B., et al. 2008. *California Math Triumphs Volume 4B: The Core Processes of Mathematics*. Columbus, OH: Macmillan/McGraw-Hill-Glencoe.

Wijers, M., Roodhardt, A., van Reeuwijk, M., Dekker, T., Burrill, G., Cole, B.R.,&Pligge, M .A. 2006. *Building Formulas.*In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), Mathematics in Context. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.

WWW.CEMC.UWATERLOO.CA. The CENTRE for EDUCATION in MATHEMATICS and COMPUTING. Problem of the Week Problem C.

Bangun Ruang	Suatu objek yang memiliki dimensi panjang, lebar, dan tinggi. misalnya, prisma, limas, kubus
Bagan/*chart*	Diagram yang menggambarkan informasi dalam bentuk tabel, grafik, atau gambar.
Bidang koordinat	Bidang yang dibentuk oleh sumbu horizontal dan sumbu vertikal, seringkali dinamai sumbu-X untuk garis horizontal dan sumbu-Y untuk garis vertikal; terdiri atas kuadran 1 sampai 4 yang ditandai dengan menggunakan angka romawi I, II, III, dan IV.
Busur	Kurva lengkung yang berhimpit dengan suatu lingkaran.
Data	Informasi yang dikumpulkan. Data biasanya dalam bentuk bilangan, dikumpulkan dalam bentuk tabel, diolah dalam bentuk diagram.
Deret bilangan	Penjumlahan dari suku-suku pada barisan bilangan.
Diameter	Segmen garis pada lingkaran yang melalui pusat lingkaran
Dua garis tegak lurus	Dua garis yang berpotongan dan membentuk sudut 90º; dua garis dengan kemiringan m_1 dan m_2, dua garis tersebut saling tegak lurus jika dan hanya jika $m_1 \times m_2 = -1$
Dua garis sejajar	Dua garis yang memiliki kemiringan yang sama. Misalkan dua garis memiliki kemiringan m_1 dan m_2, dua garis tersebut sejajar jika dan hanya jika $m_1 = m_2$.
Grafik	Representasi visual yang digunakan untuk menunjukkan hubungan numerik.
Hasil dari percobaan	Salah satu kejadian yang mungkin terjadi dalam percobaan peluang (misalnya ketika pelemparan koin, terdapat dua hasil.

Hipotenusa	Sisi miring segitga siku-siku; sisi terpanjang segitiga siku-siku.
Jari-jari	Ruas garis yang ditarik dari pusat lingkaran ke sebarang titik pada lingkaran; sama dengan setengah diameter
Jaring-Jaring	Perpaduan beberapa poligon yang dapat dibuat bangun ruang.
Kaki segitiga siku-siku	Dua sisi segitiga siku-siku yang mengapit sudut siku-siku, bukan hipotenusa
Kejadian yang tidak mungkin	Kejadian yang besar peluangnya 0 (misal, munculnya mata dadu 7 saat melempar dadu enam sisi)
Keliling lingkaran	Panjang kurva lengkung tertutup yang berhimpit pada suatu lingkaran
Kemiringan	Perbandingan jarak vertikal terhadap horizontal suatu garis atau lintasan; disimbolkan m; persamaan garis $y = mx + b$ memiliki gradien m; besar kemiringan garis yang melalui dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah . $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
Kilogram (kg)	Satuan yang digunakan untuk mengukur massa; 1 kilogram = 1.000 gram.
Kilometer (km)	Satuan yang digunakan untuk mengukuran panjang; 1 kilometer = 1.000 meter.
Kuadran	Satu dari empat bagian bidang koordinat yang dipisahkan oleh sumbu-X dan sumbu-Y. Kuadran diberi nama Kuadran I, II, III, dan IV yang dimulai dari bagian kanan atas berlawanan arah jarum jam.
Kubus	Bangun dimensi tiga dengan 6 sisi persegi sebagai bidang yang membatasi, 12 rusuk yang sama panjang, dan 8 titik.
Kubik	Satuan untuk ukuran volume.
Koordinat	Pasangan terurut suatu bilangan yang digunakan untuk menentukansuatu titik pada bidang koordinat, ditulis (x, y).

Limas	Bangun ruang sisi datar yang alasnya berupa poligon (segibanyak) dan sisi tegaknya adalah segitiga yang berpotongan di satu titik, yaitu titik puncak
Luas permukaan	Jumlah luas semua sisi-sisi pada bangun ruang.
Peluang	Perbandingan antara kejadian yang sudah terjadi dengan semua kejadian yang mungkin terjadi; nilainya sama dengan atau lebih dari 0 dan kurang dari atau sama dengan 1
Peluang teoretik	Perbandingan hasil terhadap ruang sampel pada suatu eksperimen
Peluang empirik	Perbandingan banyak kali muncul kejadian tertentu terhadap n kali Perbandingan suatu bilangan yang digunakan untuk membandingkan dua besaran.
Persamaan linear dua variabel	Kalimat matematika yang dinyatakan dalam bentuk $ax + by = c$, dengan $a, b \neq 0$.
Persamaan garis lurus	Pernyataan matematika yang menyatakan dua ekspresi aljabar adalah sama. pernyataan yang berisi tanda sama dengan (=). Misalnya, $y = ax + b$; dinyatakan oleh garis lurus pada bidang koordinat.
Persegi panjang	Bangun segi empat dengan empat sudut siku-siku; jajar genjang yang keempat sudutnya siku-siku; persegi adalah persegi panjang khusus.
pi (π)	Perbandingan keliling lingkaran dengan diameternya; nilainya mendekati 3,141592654...
Prisma	Bangun ruang sisi datar yang memiliki dua sisi sama dan sejajar sebagai alasnya
Prisma persegi panjang	Prisma dengan enam sisi berbentuk persegi panjang; prisma dengan alas berupa persegi panjang
Prisma segitiga siku-Siku	Prisma dengan alas segitiga siku-siku
Pola	Sebuah susunan yang mempunyai bentuk teratur dari bentuk satu ke bentuk berikutnya.
Ruang sampel	Himpunan semua hasil yang mungkin dalam suatu eksperimen (dalam materi peluang). Misalnya, ruang sampel dua koin yang dilempar adalah (A, A), (A, G), (G, A), (G, G)

Rusuk	Ruas garis hasil perpotongan dua bidang pada bangun ruang.
Selesaian	Nilai (satu atau lebih) yang membuat persamaan atau kalimat terbuka menjadi benar.
Statistika	Hasil analisis atau pengolahan data.
Sumbu	Garis horizontal atau vertikal yang digunakan dalam sistem koordinat Kartesius untuk meletakkan titik pada bidang koordinat.
Sumbu-X	Garis bilangan horizontal pada bidang koordinat.
Sumbu-Y	Garis bilangan vertikal pada bidang koordinat.
Teorema *Pythagoras*	Hubungan matematis yang menyatakan bahwa dalam segitiga siku-siku jumlah kuadrat dari panjang dua sisi sama dengan kuadrat sisi miringnya (*hipotenusa*); jika a dan b adalah panjang dua sisi segitiga siku-siku dan c adalah panjang sisi miring (*hipotenus*), maka $a^2 + b^2 = c^2$.
Tinggi	Jarak dari alas dengan titik puncak bangun ruang (misal, tinggi limas); jarak dua jarak dua bidang alas dan tutup suatu bangun ruang (misal, tinggi prisma)
Titik Asal	Titik pada bidang koordinat yang merupakan titik potong sumbu-X dan sumbu-Y; berkoordinat di (0, 0).
Titik Sampel	Satu dari anggota dari ruang sampel.
Variabel	- simbol yang mewakili suatu bilangan dalam suatu bentuk aljabar Misal, $2n +3$, variabelnya adalah n; - simbol yang digunakan untuk menyatakan nilai yang tidak diketahui dalam suatu persamaan. Misal, $a + 3 = 5$, variabelnya adalah a. - simbol yang digunakan untuk menyatakan suatu bilangan atau anggota himpunan pasangan terutut. Misal, $y = x + 3$, variabelnya adalah x dan y.
Volume	Ukuran isi dalam satuan kubik.

A...123
B...456
C...789
Indeks

Profil Penulis

Nama Lengkap : Dr. H. Abdur Rahman As'ari, M.Pd, M.A.
Telp. Kantor/HP : (0341) 552182 / 081334452615
E-mail : abdur.rahman.fmipa@um.ac.id
Akun Facebook : abdurrahman.asari1
Alamat Kantor : Jurusan Matematika, FMIPA
Universitas Negeri Malang, Gedung 07
Jl. Semarang No. 5 Malang 65145
Bidang Keahlian: Pendidikan Matematika, Konsultan Pendidikan, Pakar Teknologi Pembelajaran Matematika Indonesia, dan Pakar Pengembangan Materi Pendampingan Kurikulum 2013

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 1985 – Sekarang: Dosen Matematika S1, S2, dan S3 di FMIPA Universitas Negeri Malang.
2. 1996 – Sekarang: Anggota Tim Pengembang sekaligus Asisten Direktur I Lembaga Pendidikan Islam Sabilillah Malang

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S3: Teknologi Pembelajaran di Universitas Negeri Malang (UM) (2007-2012)
2. S2 yang ke-dua: Early and Middle Childhood Education (fokus di Pendidikan Matematika) di College of Education, The Ohio State University, USA (1994-1995)
3. S2: Pendidikan Matematika IKIP MALANG melalui program CTAB (Calon Tenaga Akademis Baru) dari Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi (1984-1990)
4. S1: Pendidikan Matematika IKIP MALANG (sekarang Universitas Negeri Malang) (1979-1983)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Siswa Matematika SMA/MA Kelas XII Semester 1 dan 2 (Tahun 2015)
2. Buku Guru Matematika SMA/MA Kelas XII (Tahun 2015)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
5. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
6. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Critical Thinking Disposition of Prospective Mathematics Teachers in Indonesia (Tahun 2014)
2. The Use of Graphic Organizer to Enhance Students' Ability Better Prepare Learner-Centered Mathematics Teaching and Learning: A Classroom Action Research (Tahun 2012)

Nama Lengkap : Mohammad Tohir, S.Pd.
Telp. Kantor/HP : (0331) 484878 / 085649672572.
E-mail : matematohir@yahoo.com
Akun Facebook : mohammadtohir.m2
Akun Twitter : tohir2349
Alamat Blog/Web : https://matematohir.wordpress.com/
http://olimattohir.blogspot.co.id/
Alamat Kantor : SMP Negeri 2 Jember
Jl. PB. Sudirman No. 26 Jember
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika, Teknologi Informasi dan Komunikasi

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 2016 – sekarang: Guru Matematika di SMP Negeri 2 Jember
2. 2015 – 2016: Guru Matematika di MTs Raudlatul Hasanah – Pamekasan
3. 2005 – 2015: Guru Matematika di SMP Islam Sabilillah Malang

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S2: Pendidikan Matematika Pascasarjana Universitas Jember (2016 - sampai sekarang)
2. S1: Pendidikan Matematika FKIP Universitas Islam Malang (2000-2004)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Pengayaan UN Matematika SMP/MTs Kelas IX (Tahun 2016)
2. Buku Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs (Tahun 2015)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
5. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
6. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014)
7. Diktat Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs (Tahun 2012 dan 2014)
8. Buku Teknologi Informasi dan Komunikasi untuk SMP Kelas IX (Tahun 2008 dan 2011)
9. Buku Teknologi Informasi dan Komunikasi untuk SMP Kelas VIII (Tahun 2007 dan 2010)
10. Buku Teknologi Informasi dan Komunikasi untuk SMP Kelas VII (Tahun 2007, 2009, dan 2011)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Analisis Kemampuan Calon Guru Matematika dalam Menerapkan Pendekatan Saintifik Berdasarkan Kurikulum 2013 di SMP Negeri 2 Jember (Tahun 2016)
2. Analisis Keterampilan Berpikir Kreatif Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Generalisasi Permutasi Deret Aritmatika Berdasarkan Level Metakognisi Mahasiswa. Pascasarjana Unversitas Jember (Tahun 2016)
3. Menjadikan Para Siswa Aktif Bertanya dalam Kelas Matematika Berdasarkan Kurikulum 2013. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pembelajarannya: Peluang Matematika dan Pembelajarannya dalam Menghadapi Masyarakat Ekonomi ASEAN (MEA). Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember (Tahun 2016)
4. Peningkatan Pemahaman Peserta Workshop dalam Menyelesaikan Soal-soal Olimpiade Matematika Bagi Guru-guru Matematika SMP di Kabupaten Madiun. Forum Guru MGMP Matematika Kabupaten Madiun (Tahun 2016)
5. Peningkatan Kemampuan Guru dalam Mengiplimentasikan Kurikulum 2013 di MTs Raudlatul Hasanah Pamekasan. Yayasan Pendidikan Islam Al-Hasanah (Tahun 2016)

6. Penerapan Pendekatan Saintifik pada Pembelajaran Matematika Ditinjau dari Sikap Kritis Siswa Kelas VIII MTs Raudlatul Hasanah Pamekasan (Tahun 2016)
7. Analisis Penerapan Kegiatan Pengamatan Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 Kurikulum 2013 di SMP Islam Sabilillah Malang (Tahun 2014)
8. Penggunaan Strategi Pembelajaran Aktif untuk Meningkatkan Efektifitas Pembelajaran Materi Aljabar bagi Siswa Kelas VIII SMP Islam Sabilillah Malang (Tahun 2012)
9. Penggunaan Media Pembelajaran Matematika Berbasis ICT untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Bangun Ruang Sisi Datar Siswa Kelas VIII SMP Islam Sabilillah Malang (Tahun 2010)
10. Pengaruh Inteligensi dan Tingkat Kedisiplinan Siswa Terhadap Pretasi Belajar Matematika SLTP Islam Sabilillah Malang (Tahun 2006)

Nama Lengkap : Ibnu Taufiq, S.Pd, M.Pd.
Telp. Kantor/HP : (0341) 567008 / 081252744540.
E-mail : taufiqibnu@yahoo.co.id
Akun Facebook : ibnu.taufiq.35
Alamat Kantor : SMP Bahrul Maghfiroh Malang
Jl. Joyo Agung Atas no 2 kota Malang
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 2014 – Sekarang: Guru Matematika di SMP Bahrul Maghfiroh Malang
2. 2009 – Sekarang: Tutor PGSD di Universitas Terbuka UPBJJ Malang
3. 2003 – 2014: Guru Matematika di SMP Islam Sabilillah Malang
4. 1997 – 2003: Guru Kelas di SD Islam Sabilillah Malang

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S2: Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang (2006-2009)
2. S1: Pendidikan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Malang (1991-1996)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
2. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014)
5. Buku Pengayaan UN Matematika SMP/MTs Kelas IX (Tahun 2006)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. MeMeningkatkan Kemampuan Aritmatika Sosial Siswa Kelas VII SMP Islam Sabilillah Malang Melalui Pembelajaran Kontekstual "Belanja di Kantin Jujur" (Tahun 2010)
2. Pembelajaran Jigsaw Berbasis Problem Solving untuk Meningkatkan Keterampilan Menyelesaikan Soal Cerita Operasi Hitung Bilangan Bulat Siswa Kelas 5 SD Islam Sabilillah Malang (Tahun 2009)

Nama Lengkap : Erik Valentino, S.Pd., M.Pd.
Telp. Kantor/HP : 031-7671122 / 085648968803.
E-mail : erikvalentinomath@gmail.com
Blog : www.erikvalentinomath.wordpress.com
Instansi : STKIP Bina Insan Mandiri, Surabaya
Akun Facebook : erik.valentino.7
Alamat Kantor : STKIP Bina Insan Mandiri Surabaya, Jl. Raya Menganti Kramat No. 133 Surabaya
Bidang Keahlian: Pendidikan Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 2014 – Sekarang: Dosen Prodi Pendidikan Matematika di STKIP Bina Insan Mandiri, Surabaya
2. 2011 – 2012: Guru Matematika di SMP, SMA, dan SMK Al-Azhar Menganti Gresik

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S2: Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Malang melalui program Beasiswa Unggulan (BU) DIKTI (2012-2014)
2. S1: Program Studi Pendidikan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya (2007-2011)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
2. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Analisis Kesalahan Buku Siswa Matematika Kelas VIII SMP/MTs Semester I Kurikulum 2013. Prosiding Seminar Nasional Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang, tahun 2015.
2. Analisis Kesalahan Buku Siswa Matematika Kelas VII SMP/MTs Semester II Kurikulum 2013. Jurnal Humaniora, Kopertis Wilayah VII, tahun 2015
3. Analisis Kesalahan dan Rekomendasi Perbaikan Penyajian Buku Siswa Matematika Kelas VII SMP/MTs Semester I Kurikulum 2013. Prosiding Seminar Nasional Matematika FMIPA Universitas Negeri Surabaya tahun 2015
4. Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika yang Melibatkan Kecerdasan Majemuk (Multiple Intteligences) dengan Pendekatan Saintifik (Tesis Tahun 2014)
5. Pengaruh Kecerdasan Intrapersonal dan Interpersonal Terhadap Prestasi Belajar Matematika Siswa Kelas VIII SMPN 33 Surabaya (Skripsi Tahun 2011)
6. Tingkat Pemahaman Peserta Pelatihan Calon Instruktur Kurikulum 2013 Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs Di Vedc Malang, Seminar Nasional Matematika Pascasarjana Matematika Universitas Negeri Malang tahun 2016

Nama Lengkap : Zainul Imron, S.Pd.
Telp. Kantor/HP : (0333) 42159 / 0852368563330.
E-mail : normiluniaz@gmail.com
Akun Twitter : @Normiluniaz
Alamat Kantor : Universitas PGRI Banyuwangi
Jalan Ikan Tongkol No.22 Banyuwangi,
Jawa Timur
Bidang Keahlian: Pendidikan Matematika

■ **Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:**

1. 2015 – Sekarang: Dosen Pendidikan Matematika di Universitas PGRI Banyuwangi (UNIBA)
2. 2010 – Sekarang: Guru Matematika di SMP Bustanul Makmur – Banyuwangi
3. 2009 – 2012: Tentor Primagama Munear– Banyuwangi

■ **Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:**

1. S2: Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang (2012-sekarang)
2. S1: Pendidikan Matematika Universitas Jember (2005-2009)

■ **Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**

1. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
2. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014).

■ **Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**

Masalah Nilai yang dicari: Penalaran Proporsional Siswa Setelah Mempelajari Rasi dan Proporsi (Tahun 2014)

Profil Penelaah

Nama Lengkap : **Dr. Agung Lukito, M.S.**
Telp. Kantor/HP : +62 31 829 3484
E-mail : gung_lukito@yahoo.co.id
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Kampus Unesa Ketintang
Jalan Ketintang Surabaya 60231
Bidang Keahlian: Matematika dan Pendidikan Matematika

■ **Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:**

2010 – 2016: Dosen pada Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Surabaya

■ **Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:**

1. S3: Faculty of Mathematics and Informatics/Delft University of Technology (1996 – 2000)
2. S2: Fakultas Pascasarjana/Matematika/ITB Bandung (1988 – 1991)
3. S1: Fakultas PMIPA/Pendidikan Matematika/Pendidikan Matematika/ IKIP Surabaya (1981 – 1987)

■ **Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):**
1. Buku Teks Matematika kelas 7 dan 10 (2013)
2. Buku Teks Matematika kelas 7, 8 dan 10, 11 (2014)
3. Buku Teks Matematika kelas 7, 8, 9 dan 10, 11, 12 (2015)

■ **Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**
1. Pengembangan Perangkat Pendampingan Guru Matematika SD dalam Implementasi Kurikulum 2013 (2014)
2. Peluang Kerjasama Unit Pendidikan Matematika Realistik Indonesia dengan Pemangku Kepentingan, LPPM Unesa (2013)
3. Pemanfaatan Internet untuk Pengembangan Profesi Guru-guru Matematika SMP RSBI/SBI Jawa Timur, 2010, (Stranas 2010)
4. Relevansi Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) dengan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP), 2009, (Stranas 2009)

Nama Lengkap : **Dr. Ali Mahmudi**
Telp. Kantor/HP : -/0813 287 287 25
E-mail : ali_uny73@yahoo.com
Akun Facebook : https://www.facebook.com/ali.mahmudi.90
Alamat Kantor : Kampus FMIPA UNY Kampus Karangmalang Yogyakarta
Bidang Keahlian: Pedidikan Matematika

■ **Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:**
1. 1999 - sekarang bekerja sebagai dosen Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY Yogyakarta

■ **Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:**
1. S3: Program Studi Pendidikan Matematika/Sekolah Pascarjana Universitas Pendidikan Indonesia (UPI) Bandung (2007 – 2010)
2. S2: Program Studi Pendidikan Matematika/Program Pascasarjana Universitas Negeri Surabaya (UNESA) (1997 – 2003)
3. S1: Prodi Pendidikan Matematika/Jurusan Pendidikan Matematika dan IPA/ Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) (1992 – 1997)

■ **Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):**
1. Buku teks dan non-teks pelajaran matematika sekolah yang dikoordinasikan oleh Pusat Kurikulum dan Perbukuan (Puskurbuk) Kementrian dan Kebudayaan RI sejak 2005

■ **Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**
1. Pengembangan *interakctive student's book* berbasis ICT untuk mendukung aktivitas eksplorasi konsep-konsep geometri
2. Pengembangan bahan ajar matematika dengan pendekatan kontekstual untuk pembelajaran matematika di SMK.

Nama Lengkap : **Drs. Turmudi, ., M.Sc., Ph.D.**
Telp. Kantor/HP : (0264)200395/ 081320140361
E-mail : turmudi@upi.edu
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Jl. Veteran 8 Purwakarta
Jl. Dr. Setiabudi 229 Bandung
Bidang Keahlian: Pendidikan Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. Dosen Pendidikan Matematika di S1, S2, dan S3 Universitas Pendidikan Indonesia
2. Ketua Jurusan Pendidikan Matematika 2007-2015
3. Ketua Prodi S2 dan S3 Pendidikan Matematika SPs UPI, 2012-2015 (dalam konteks terintegrasi dengan S1 Pendidikan Matematika FPMIPA UPI)
4. Direktur Kampus Daerah UPI Purwakarta, 2015- Sekarang

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. D2 : Pendidikan Matematika, FPMIPA IKIP Bandung (1982)
2. D3 : Pendidikan Matematika, FPMIPA IKIP Bandung (1983)
3. S1 : Pendidikan Matematika, FPMIPA IKIP Bandung (1986)
4. S2 : La Trobe University Australia/Graduate School of Education (1987)
5. S2 : University 0f Twente/Instructional and Training System Desaigns (1999)
6. S3 : La Trobe University Australia/School of Educational Studies (2007)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Math Project untuk SMP/MTs Kelas VII, Yrama Widya (2014)
2. Panduan Pembelajaran dan Penilaian Matematika SMA, Kemendikbud Balitbang PUSKURBUK, (2012)
3. Matematika Landasan Filosofi, Didaktis, dan Pedagogis Pembelajaran untuk Siswa Sekolah Dasar, Kementerian Agara RI, Direktorat Jenderal Pendidikan Islam Kementerian Agama RI, (2012)
4. Membangun Karakter Melalui Pemodelan Matematika (dalam Buku Pendidikan Karakter, Nilai Inti Bagi Upaya Pembinaan Kepribadian Bangsa, Widiya Aksara Press, (2011)
5. Panduan Pendidikan Matematika SMA, Pusat Perbukuan Depdiknas Jakarta, 2010
6. Membangung Karakter Bangsa Bersama Matematika (dalam Buku Potret Profesionalisme Gulu dalam Membangun Karakter Bangsa : pengalaman Indonesia dan Malaysia, UPI Press, (2010)
7. Penulisan BAB Pembelajaran Matematika Kini dan Kecendurangan masa Mendatang dalam Buku Bunga Rampai Pembelajaran MIPA, 10th Aniversary of the JICA-FPMIPA Building, JICA FPMIPA, (2010)
8. Matematika Eksploratif dan Investigatif, Leuser Cita Pustaka, (2010)
9. Taktik dan Strategi Pembelajaran Matematika untuk Guru SMK (Berparadigma Exploatif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2009)
10. Taktik dan Strategi Pembelajaran Matematika untuk Guru SD (Berparadigma Exploatif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2009)

11. Panduan Pendidikan Matematika untuk SMP, Pusat Perbukuan Depdiknas Jakarta, (2009)
12. Penulisan Buku Panduan Teknis Peningkatan Kemampuan Siswa Melalui Proses Pembelajaran Berbasis Motivasi, Direktorat SMA-Depdiknas Jakarta, (2009)
13. Taktik dan Strategi Pembelajaran Matematika untuk Guru SMP (Berparadigma Exploratif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2009)
14. Taktik dan Strategi Pembelajaran Matematika untuk Guru SMA (Berparadigma Exploratif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2008)
15. Landasan Filosofis dan Teoritis Pembelajaran Matematika (Berparadigma Exploratif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2008)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Pengembangan Pembelajaran Matematika Berbasis Fenomena Didaktis di Pendidikan Dasar (2015)
2. Pengembangan Literasi, Sains, dan Matematika Sekolah Menengah Pertama (2014)
3. Pengembangan Pembelajaran Matematika Berbasis Fenomena Didaktis (Sebuah Terobosan Inovatif dalam Mengenali Mendesain, dan Mengimplementasikan serta Memvalidasi Bahan Ajar Matematika di Sekolah Menengah (2014)
4. Eksplosari Etnomatematika Masyarakat Baduy dan Kampung Naga (Kajian Etnopedagogi Matematika di Kampung Naga dan Baduy Dlam) (2013)
5. Pengembangan Desain Didaktis Subjek Spesifik Pedagogi Bidang Matematika dan Pendidikan Profes Guru (2011)
6. Identifkasi Keberbakatan dalam Bidang Matematika untuk Siswa SMA (2011)
7. Peningkatan Kesadaran Berinovasi dalam Pembelajaran Matematika Guru SMP melalui Lesson Study (2010)
8. Kajian Efektivitas Pelaksanaan Program DAK Bidang Pendidikan Tahun 2003-2008 (Sensus di kota Manado, Kendari, dan Baros) (2009)
9. Pengembangan Pemodelan Matematika di SMP dan SMA (2009)
10. Designing Contextual Learning Strategies for Mathematics for Junior Secondary School in Indonesia (2006)

Publikasi Ilmiah 10 Tahun Terakhir (Judul Artikel, Nama Jurnal, Tahun)

1. Open Ended Approach: An Effort in Cultivating Students Mathematical Creative Thinking Ability and Self-Esteem in Mathematics, ISSN:(2087-885)(e-ISSN 2407-0610) (2016)
2. Development of Didactical Design of Mathematics Pedagogy Through Professional Program of Mathematics Teacher, ISSN:(2302-996x) (2014)
3. Model Pengembangan Desain Didaktis Subject Specific Pedagogy Bidang Matematika Melalui Program Pendidikan Profesi Guru, ISSN:(1412-0917) (2014)
4. Pengembangan Pembelajaran Matematika dengan Pemodelan (Mathematical Modeling) Berbasis Realistik untuk Mahasiswa, ISSN:(1412-0917) (2014)
5. Enhancing Mathematical Communication Skills for Students of Islamic Senior High School with RME Approach, ISSN:(0973-5631) (2013)
6. Teachers Perception Toward Mathematics Teaching Innovation in Indonesian Junior High School: An Exploratory Factor Analysis (2012)
7. Professional Development for Junior Secondary School Teacher Based on The Realistic Mathematics Framework in Indonesia, ISSN:(0973-5631) (2011)

Nama Lengkap : **Prof. Dr. Widowati, S.Si, M.Si**
Telp. Kantor/HP : 085100789493/08156558264
E-mail : wiwied_mathundip@yahoo.com
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro
Jl. Prof. H. Soedharto, SH, Tembalang, Semarang
Bidang Keahlian: Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 1994-sekarang : Dosen Tetap Jurusan Matematika, Universitas Diponegoro Semarang
2. 2008-2011 : Ketua Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Diponegoro Semarang
3. 2011-2015 : Pembantu Dekan II Fakultas Sains dan Matematika(FSM), Universitas Diponegoro Semarang
4. 2015-sekarang : Dekan Fakultas Sains dan Matematika(FSM), Universitas Diponegoro Semarang

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S3: Program Pasca Sarjana/Prodi Matematika/Universitas Diponegoro (1993-1998)
2. S2: Program Pasca Sarjana/Prodi Matematika/ITB Bandung (1998-2000)
3. S1: MIPA/Prodi Matematika/ITB Bandung (1988-1993)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. PEMODELAN MATEMATIKA: Analisis dan Aplikasinyal, Undip Press (2013)
2. KALKULUS, Undip Press (2012)

Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):

1. Teori Bilangan, 2015
2. Matematika SMP, 2016
3. Matematika SMA, 2016

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Aplikasi pengendali H∞ Berorde Minimum Untuk Meredam Getaran pada Bangunan Bertingkat (Matematika Terapan) (2006)
2. Pengembangan Model Logistik untuk Menganalisis Pertumbuhan Sel Tumor (Pemodelan Matematika) (2007)
3. Konstruksi Model Dinamika Nitrogen Untuk Memprediksi Beban Limbah Masksimum: Studi Kasus Polder Tawang Semarang (Pemodelan Matematika) (2009)
4. Model Matematika Dan Analisis Dinamik Epidemik Virus Influenz a (Pemodelan Matematika) (2009)
5. Diversifikasi Sumber Energi Alternatif Berbahan Baku Limbah Sagu (2011-2013)
6. Pemodelan Matematika dan Analisa Sebaran Suhu Permukaan Serta Kandungan Kimia Untuk Karakterisasi Panas Bumi Di Gedhong Songo , Gunung Ungaran, Semarang (2013)
7. Model Matematika Aliran Fluida dan Panas Dua Fase pada Sumur Panas Bumi (2013)
8. Pengembangan Model Matematika Kontrol Optimal Epidemik DBD (2014)
9. Pengembangan Biomonitoring Dan Biosecurity Yang Efektif Dan Akurat Menuju Aktivitas Budidaya Perikanan Berkelanjutan (Pemodelan Matematika) (2014)
10. Strategi Optimal untuk mengendalikan stok barang dengan biaya penyimpanan minimum pada hybrid level Inventory (2015)
11. Peningkatan Kapasitas Produksi Perikanan Budidaya Berkelanjutan Melalui Aplikasi Stratified Double Floating Net Cages (Sdfnc) dengan Pendekatan Intrageted Multi-Trophic Aquaculture (IMTA) (Pemodelan Matematika) (2015)
12. Modeling and control of supplier selection and inventory system with piecewise holding cost (2016)

13. Kontruksi model Model Pertumbuhan Ikan Kerapu Macan dan Ikan Bawal Bintang pada Sistem *Integrated Multi Trophic Aquaculture* (Pemodelan Matematika) (2016)

Publikasi Ilmiah 10 Tahun Terakhir (Judul Artikel, Nama Jurnal, Tahun)

1. Coprime Factor Reduction of Parameter Varying Controller, International Journal of Control, Automation, and System Science Citation Index Expanded(SCIE)), ISSN:1598-6446; Vol6, No 6,2008, pp. 836-844
2. Linear Parameter Varying Versus Linear time Invariant Reduced Order Controller Design of Turboprop Aircraf, ITB Journal, ISSN:1978-3051, Vol 44, No.2,2012, hal.169-186
3. Assement Level of Severity of Enviromental Disturbance Caused by Aquaculture Activities Using Abundance-Biomass Curves of Macrobenthic Assemblages, International Journal of Enviromental Science and development, Vol. 6, No3, 2015,pp.178-181, ISSN: 2010-0264; DOI: 10.7763/IJESED.2015.V6.585
4. Analisys of Crout, LU Cholesky Decompotion and QR Factorization: A Case Study on Relationship betwen Carbon and Nitrogen with Macrobenthos, International Journal: Waste Technology (Was Tech)Vol.2 No.2, October 2014, pp. 56-62
5. The Application of Interated Multi Trophic Aquaculture (IMTA) Using Stratified Double Net Rounded Cage (SDFNC) for Aquaculture Sustainability, International Journal of Science and Engineering (IJSE), ISSN: 2086-5023; Vol. 9, No. 2, October 2015, pp. 85-89.
6. Environmental Assesment of Polyculture Farming Practice Based on Macrobenthic Assemblages: A Case Study at Coastal area of Kaliwungu, Kendal (Central Java, Indonesia), Jurnal Teknologi (www.jurnalteknologi.utm.my.), Malaysia, 2016, In Press

Seminar Internasional 10 Tahun Terakhir (Judul, Prosiding, Tahun)

1. Model Reduction of linear parameter Varying systems, Proceeding of the International Conference on Mathematics and Its Applications, 2003, hal. 376-383, ISBN : 97995118-5-2
2. Model Reduction of Model LPV Control with Bounded Parameter Variation Rates, Proceeding of the 6th Asian Control Conference(ASCC), July 2006, hal. 289-296, ISBN 979-15017-0
3. Study the dynamics of human infection by avians influenza : case study in the central java province of Indonesia, Proceeding of the IndoMS International Conference on Mathematics and its Applications (IICMA), 2009, hal. 391-395, ISBN : 978-602-96426-0-5
4. Mathematical Modeling and analysis of ammonia, nitrite, and nitrate concentration : case study in the polder Tawang Semarang, Indonesia, Proceeding of the IndoMS International Conference on Mathematics and its Applications (IICMA), 2009, hal. 561-570, ISBN : 978-602-96426-0-5
5. Stability Analisys of SEIR Epidemiological Models with Nonlinear Incidence : Case Study in the Central java Province, Indonesia,Proceedings of the Proceedings of the 1st-International Seminar on New Paradigm and Innovation on Natural Sciences and its Appication(ISNPINSA), November 2011, hal. 87-95, ISBN : 978-602-097-331-9
6. Dynamic Analysis of Ethanol, Glucose, and Saccharomyces for Batch Fermentation, Proceeding of the SEAMS-GMU, July 2011, hal. 579-588, ISBN: 978-979-17979-3-1
7. The Quality Improvement of Mathematics of Mathematics Learning Using PBL Based on WEB, Proceedings of the Proceeding of the 2nd- International Seminar on New Paradigm an Innovationon Natural Science and its Aplication(ISNPINSA) , 2013, ISBN:978-602-18940-2-6
8. Glucose Content Of Sago Wase After Acid Pre-TreatmentHydrolysis for Bioethanol Production, Proceedings of the 3rd- International Seminar on New Paradigm and Innovation on Natural Sciences and its Application,2013, ISBN: 978-602-18940-2-6

9. Stability Analysis Of Continuosly Ethanol Fermentation Model with Gas Stripping, Proceeding of the 3rd- International Seminar on the New Paradigm and Innovation on Natural Sciences and its Application(ISNPINSA), 2013, ISBN:978-602-18940-2-6
10. Evaluation On The Application of Stratified Double Net Cages For Freshwater Fish Aquaculture: Macrobenthic Assemblages As Bioindicator, Proceeding of International Conference of Aquaculture Indonesia (ICAI), 2014, pp. 138-144
11. Mathematical Modeling of worm infection on computer in a Network: Case study in the Computer Laboratory, Mathematics Dept., Diponegoro University, Indonesia, Proceeding of the 5th- International Seminar on New Paradigm an Innovationon Natural Science and its Aplication (INSPINSA), October 2015
12. Hybrid Mathematical Model of Inventory System with Piecewise Holding Cost and its Optimal Strategy, Proceeding of the International Conference on Advanced Mechatronics, Intelligent Manufacture and Industrial Automation (ICAMIMIA), October 15-17, 2015

Journal Nasional 10 Tahun Terakhir (Judul Artikel, Nama Jurnal, Tahun)

1. Reduced-Order of Parameter Varying controller with graduated closed-lppp performanc, Majalah Ilmiah Himpunan Matematika (MIHMI)Vol. 12,No 1,2006 Hal1-15, ISSN:0854-1380
2. Analisis Kestabilan Model Dinamik Aliran Fluida Dua Fase pada sumur panas Bumi, JURNAL MATEMATIKAVol. 1,No. 1 April 2014
3. Widowati, S.M. Nababan , Roberd Saragih, Bambang Riyanto,Transformasi Reciprocal pada reduksi Model dari Sistem dengan parameter berubah-ubah, Jurnal matematika Integratif, Vol. 2, Januari 2003, hal. 57-62, ISSN : 1412-6184
4. Model logistik dengan Difusi pada Pertumbuhan Sel Tumor Echrlich Ascities, Jurnal Matematika Vol. 10, No. 3, Desember 2007, hal. 79-85, ISSN : 1410-8518
5. Pengendali LPV Polytopic untuk Sistem dengan parameter Berubah-ubah,Jurnal Matematika Vol. 10, No. 1 April 2007, hal. 8-14, ISSN : 1410-8518
6. Model Pertumbuhan Logistik dengan Waktu Tunda,Jurnal Matematika Vol. 11, no. 1, April 2008, hal. 43-51, ISSN : 1410-8518
7. Pemodelan Matematika untuk Jam Air Jenis Polyvascular Clepsydra dengan Kasus Viscosity Dominated, Jurnal matematika Vol. 11, No. 1, April 2008, hal. 13-19, ISSN : 1410-8518
8. Design Control Vibrasi Semi Aktif Reaksi Fixed point Menggunakan Pengontrol H∞, Jurnal Mtematika Vol. 12, No. 1, April 2009, hal. 45-53, ISSN : 1410-8518
9. Aplikasi Transformasi Laplace pada Persamaan Konsentrasi Oksigen Terlarut, Jurnal Sains & Matematika Vol. 17, No. 4, Oktober 2009, hal. 179-188; ISSN : 0854-0675
10. Analisis Kestabilan Model Dinamik Nitrogen dan Hubungannya dengan Pertumbuhan Alga, Jurnal Matematika Vol. 12, No. 3 Desember 2009, ISSN : 1410-8518
11. Analisis Sistem Non Linear melalui pendekatan Sistem Linear dengan Parameter Burubah-ubah, Jurnal matematika Vol. 13, No. 1, April 2010, hal. 15-19, ISSN : 1410-8518
12. Kestabilan dari Model Dinamik Penyebaran malaria, Jurnal Sains & Matematika Vol. 18 No. 4, Oktober 2010, hsl. 49-58; ISSN : 0854-0675
13. Kestabilan Sistem kontrol Jaringan terhadap Waktu tunda, Jurnal matematika Vol. 13, No. 3, Desember 2010, hal. 129-135, ISSN : 1410-8518
14. Penyelesaian Faktorisasi Koprima dengan Algoritma Euclid dan Metode Ruang Keadaan untuk Penentuan Pengendali yang Menstabilkan Sistem, Jurnal Sains & Matematika, Vol. 20, No. 1, Januari 2012; ISSN : 0854-0675

15. Perbandingan Algoritma Particle Swarm Optimization dan Differential Evolution untuk Perancangan Umpan Balik Keadaan : Studi kasus Gerak lateral Pesawat F-16,Jurnal Sains & matematika, Vol. 20, No. 4, Oktober 2012, ISSN : 0854 -0675
16. Kinerja Sistem Lup Tertutup dengan Pengendali Linear Quadratic Gaussian pada Sistem Massa Pegas, Jurnal Matematika, Vol. 16, No. 1, April 2013, ISSN : 1410-8518
17. Solusi Numerik Persamaan Difusi dengan Menggunakan Metode Beda Hingga, Jurnal Sains dan Matematika, Vo; 21, No. 3, Juli 2013; ISSN : 0854-0675
18. Penyelesaian SPL dengan Metode Faktorisasi QR untuk Model Regresi Suhu dan Ketinggian terhadap Spontaneous-Potential, Jurnal Sains & Matematika, Vol. 22, No. 2, April 2014; ISSN : 0854-0675
19. Model Pertumbuhan Logistik dengan Kontrol Optimal penyebaran demam berdarah dengeu, Jurnal Matematika Vol. 18, No. 1, April 2015
20. Nilai Eksak Bilangan Dominasi Complementary Tree Terhubung-3 pada Graf Cycle, Graf Lengkap dan Graf Wheel, Jurnal Matematika,Vol 18 No 1, April 2015

Seminar Nasional 10 Tahun Terakhir (Judul, Prosiding, Tahun)

1. Penstabilan Kuadratik dari sistem Linear dengan parameter berubah-ubah Prosiding seminar nasional Matematika, Agustus 2005, hal. 89-93, ISBN:979-704338-X
2. Perancangan Pengendali Berorde Minimum melalui Reduksi Orde Plant dan Pengendalian dengan metode perturbasi singular Prosiding seminar nasional SPMIPA 2006,pp. 8-14, ISBN:979.704.427.0
3. Efisiensi Biaya Distribusi dengan Metode Transportasi Prosiding Seminar Nasional, Juni 2007, Hal.133-139, ISBN:978-979-15945-6-1
4. Perancangan Pengendali Tereduksi Berdasarkan Faktorisasi koprima dan penempatan Pole Prosiding Seminar Nasional, Juni 2007 Hal. 122-132, ISBN: 978-979-15945-6-1
5. Rekonstruksi Gelombanng Cnoidal pada Gelombang permukaan di perairan pantai Prosiding Seminar Nasional, Juni 2010, hal.984-989 ISSN:2087-0922
6. Konstruksi Model Dinamik Pertumbuhan Alga dan Pengaruhnya pada perubahan Kadar Nitrogen Prosiding Konferensi Nasional Matematika XV, Juli 2010, hal. 386-394, ISBN: 978-602-96426-1-2
7. Solusi Periodik pada persamaan kortewegde Vries dengan Pendekatan Fungsi Riemann theta, Prosiding Seminar Nasional, November 2010, hal.373-378 ISBN:978-97916353-5-6
8. Solusi Analitik Persamaan Transport dan Distribusi Amoniak, Prosiding Seminar Nasional, Mei 2011, hal. 906-920 ISBN.978-979-097-142-4
9. Kestabilan model Dinamik Fermentasi alkohol secara Kontinu ,Prosiding Seminar Nasional, Mei 2011, hal. 894-905 ISBN: 978979-097-142-4
10. Analisi kestabilan Model Matematika dari Populasi Penderita Diabetes Mellitus, Prosiding konferensi nasional Matematika XVI, Juli 2012, hal.1043-1052, ISBN:978-602-19590-2-2
11. Model Dinamik Etanol, glukosa, dan Zymomonas Mobilis dalam Proses Fermentasi, Prosiding Seminar Nasional, September 2013, hal. 625-636, ISBN:9788-602-14387-0-1
12. Model Matematika Pengaruh Suhu dan Ketinggian terhadap Spontaneous-Potential untuk Karakterisasi Panasbumi di Gedongsongo, Semarang, Jawa Tengah; Prosiding Konferensi Nasional Matematika XVII , 11 - 14 Juni 2014, ITS, Surabaya
13. Solusi Dari Model Dnamik Interaksi Pertumbuhan Ikan Bandeng dan Udang Windu, Prosiding Seminar Nasional Matematika dan pendidikan Matematika(SNMPM), 12 September 2015 hal.99-103 ISBN:978-979-4029
14. Aplikasi Metode Dekomposisi LU di Bidang Geothermal, Prosiding SNMPM, 12 September 2015, hal 29-34, ISBN:978-979-4029

Nama Lengkap : **Dr. Yansen Marpaung**
Telp. Kantor/HP : 0274.883037 / -
E-mail : 1. yansenmarpaung@gmail.com
2. yanmar@dosen.usd.ac.id
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Universitas Sanata Dharma, Prodi Pendidikan Matematika, Paingan, Maguwoharjo, Sleman, Yogyakarta
Bidang Keahlian:
1. Pendidikan Matematika
2. Psikologi Kognitif
3. Salah satu pemrakarsa PMRI, sampai sekarang aktif mengembangkan PMRI dan mencobakannya di sekolah

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:
1. 1974 sampai sekarang Dosen Pendidikan Matematika di Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta.
2. Melatih guru-guru, khususnya guru-guru SD untuk menerapkan PMRI di sekolah masing-masing dengan tujuan meningkatkan kompetensi siswa dalam bidang matematika.

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:
1. S3 Universitas Osnabrueck ,Jerman:
   Didaktik der Mathematik: 1982-1986
2. SFKIP, Universitas Sanata Dharma:
   A. SarjanaMuda : 1961-1964
   B. Sarjana : 1968-1970

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):
1. -

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):
1. -

Nama Lengkap : **Dr. Yudi Satria, MT**
Telp. Kantor/HP : (021) 786 3439/0813 9234 1125
E-mail : yudi.satria@gmail.com
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Departemen Matematika FMIPA UI, Depok
Bidang Keahlian: Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:
1992 – sekarang: Dosen di Departemen Matematika FMIPA UI

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:
1. S3: Fakultas Ilmu Komputer Universitas Indonesia (tahun 2001 – 2006)
2. S2: Fakultas Teknologi Industri Jurusan Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung (tahun 1995 – 1998)
3. S1: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Indonesia jurusan Matematika (tahun 1984 – 1991)

Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):
1. Matematika Wajib SMP
2. Matematika Wajib SMA

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):
-

Profil Editor

Nama Lengkap : **Yogi Anggraena, S.Si, M.Si.**
Telp. Kantor/HP : 082345678219
E-mail : yogi_anggraena@yahoo.com
Akun Facebook : Yogi Anggraena
Alamat Kantor : Jl. Gunung Sahari Raya, Jakarta Pusat
Bidang Keahlian: Matematika

- **Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:**
1. 2011 – 2016: Pusat Kurikulum dan Perbukuan
2. 2008 -2011: Pusat Perbukuan
3. 2006 – 2008: SMART Ekselensia
4. 2004 – 2006: FDI PLS Provinsi Jawa Barat

- **Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:**
1. S2: FMIPA/ Matematika/ UI (2012 -2014)
2. S1: FMIPA / Matematika/ IPB (1999 – 2004)

- **Judul buku yang pernah diedit (10 Tahun Terakhir):**
1. Buku Teks Pelajaran Matematika Kelas 7, 8, dan 9

- **Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**

Profil Ilustrator

Nama Lengkap : **Suharno**
Telp. Kantor/HP : -/081218505258
E-mail : suharno_hnh@yahoo.co.id
Akun Facebook : Suharno Aja
Alamat Kantor : -
Bidang Keahlian: -

- **Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:**
1. 2008 – 2012: ikut membantu pengolahan Buku Sekolah Elektronik (BSE) sebagai *setter* yang diselenggarakan oleh Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud.

- **Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:**

-

- **Buku yang pernah di buat ilustrasi (10 Tahun Terakhir):**
1. Buku Teks Matematika Kurikulum 2013 kelas 7 dan 8 (2013)
2. Buku Teks Matematika Kurikulum 2013 kelas 12 (2015)
3. Buku Teks Matematika Kurikulum 2013 kelas 7 dan 8 (2016)